

Protocol Ernstige RekenWiskunde-problemen en Dyscalculie

Protocol Ernstige RekenWiskunde-problemen en Dyscalculie

MBO

Mieke van Groenestijn

Gerjan van Dijken

Dolf Janson

© 2012, Koninklijke Van Gorcum BV, Postbus 43, 9400 AA Assen.

Behoudens de in of krachtens de Auteurswet gestelde uitzonderingen mag niets uit deze uitgave worden veeveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen of op enige andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever. Voor zover het maken van reprografische veeveelvoudigingen uit deze uitgave is toegestaan op grond van artikel 16 h Auteurswet dient men de daarvoor wettelijk verschuldigde vergoedingen te voldoen aan de Stichting Reprorecht (Postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp www.reprorecht.nl). Voor het overnemen van gedeelte(n) uit deze uitgave in bloemlezingen, readers en andere compilatiewerken (artikel 16 Auteurswet) kan men zich wenden tot Stichting PRO (Stichting Publicatie- en Reproductierechten Organisatie, Postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp, www.stichting-pro.nl).

NUR 120, 846

ISBN 978 90 232 4973 3

Foto op pagina 95 door Rutger van Hamersvelt
Met medewerking van Parcival College te Groningen

Grafische verzorging: Koninklijke Van Gorcum, Assen



Inhoud

Voorwoord	11
De kern van de zaak	13
Leeswijzer	15
Samenvatting	17
Deel 1 Visie en organisatie	29
Hoofdstuk 1 Aandacht voor leren rekenen	30
1.1 Waarom aandacht voor rekenen in het mbo?	32
1.2 Waarom is er een <i>Protocol ERWD3</i> ?	35
1.3 Wie gaan werken met dit protocol?	39
Hoofdstuk 2 Visie en uitgangspunten	42
2.1 Visie op leren rekenen en rekenproblemen	44
2.2 Functionele gecijferdheid	46
2.3 Uitgangspunten van dit protocol	47
Hoofdstuk 3 Rekenbeleid	56
3.1 Omgaan met onvoldoende rekenprestaties	58
3.2 Functionaliteit van het rekenonderwijs	58
3.3 Scenario's op basis van de Drieslag Functioneel Rekenen	59
3.4 Organisatie	60
3.5 Deskundigheid	60
3.6 Samenwerking	61
3.7 Informatievoorziening	62
3.8 Ten slotte	62
Hoofdstuk 4 Checklist rekenen	64
4.1 Rekenbeleid	66
4.2 Inhoud van het rekenonderwijs	66
4.3 Inrichting van het rekenonderwijs	66
4.4 Bekwaamheid rekenen en rekendidactiek	67

4.5	Documentaire informatievoorziening over rekenen	67
4.6	Communicatie bij (ernstige) rekenproblemen en/of dyscalculie	68
4.7	Plaatsing van studenten bij binnenkomst in het eerste cursusjaar	68
4.8	Signalering van (ernstige) rekenproblemen	69
4.9	Begeleiding bij (ernstige) rekenproblemen en dyscalculie	69
4.10	Begeleiding in categorie 1	70
4.11	Begeleiding in categorie 2	70
4.12	Begeleiding in categorie 3	71
4.13	Traject 'psychodiagnostisch onderzoek'	72
4.14	Communicatie over aanwezigheid van een dyscalculieverklaring	72
Deel 2	Rekenen	79
Hoofdstuk 5	Rekenen in het mbo	80
5.1	Vier Hoofddlijnen bij leren rekenen	82
5.2	Hoofddlijn 1: verder ontwikkelen van begripsvorming	84
5.3	Hoofddlijn 2: verder ontwikkelen en consolideren van oplossingsprocedures	85
5.4	Hoofddlijn 3: vlot rekenen en onderhouden	85
5.5	Hoofddlijn 4: flexibel toepassen en verdiepen	86
5.6	De vier Hoofddlijnen bij rekenen in het mbo	86
5.7	Inzet van IT bij het rekenonderwijs	87
Hoofdstuk 6	Hoofddlijn 1: verder ontwikkelen van begripsvorming	90
6.1	Begripsvorming	92
6.2	Verlenen van betekenis aan rekenhandelingen	92
6.3	Ontwikkelen van rekenconcepten	95
6.4	Ontwikkelen van rekentaal	97
6.5	Samenhang bij begripsvorming als geheel	99
6.6	Signalering bij begripsvorming	100
6.7	Begeleiding bij begripsvorming	100
Hoofdstuk 7	Hoofddlijn 2: verder ontwikkelen en consolideren van oplossingsprocedures	102
7.1	Oplossingsprocedures	104
7.2	Basisbewerkingen	105
7.3	Complexere bewerkingen	106
7.4	Hoofdrekenen en rekenen op papier	107
7.5	Schatten en precies rekenen	109
7.6	Werken met de rekenmachine	109
7.7	Signalering bij oplossingsprocedures	111
7.8	Begeleiding bij het verder ontwikkelen van oplossingsprocedures	112
Hoofdstuk 8	Hoofddlijn 3: vlot rekenen en onderhouden	114
8.1	Oefenen	116
8.2	Automatiseren en memoriseren	120
8.3	Vlot rekenen: onderhouden en consolideren	123

8.4	Signalering bij vlot (leren) rekenen	123
8.5	Begeleiding bij vlot (leren) rekenen	123
Hoofdstuk 9	Hoofdlijn 4: flexibel toepassen en verdiepen	124
9.1	Flexibel toepassen	126
9.2	Flexibiliseren en verdiepen van rekenkennis en rekenvaardigheden	126
9.3	Strategisch denken en handelen	130
9.4	Signalering bij flexibel toepassen	131
9.5	Begeleiding bij flexibel toepassen en verdiepen	132
Deel 3	Afstemmen	133
Hoofdstuk 10	Het Handelingsmodel	134
10.1	De handelingstheorie	136
10.2	Het Handelingsmodel	136
10.3	Schakelen tussen handelingsniveaus	138
10.4	Verwoorden/communiceren en mentaal handelen	140
10.5	De betekenis van het Handelingsmodel voor rekenen	140
10.6	Het Handelingsmodel als model voor observatie (in de groep)	141
10.7	Het Handelingsmodel als model voor afstemming van de didactiek	144
10.8	Het Handelingsmodel als model voor begeleiding	147
Hoofdstuk 11	Het Drieslagmodel	150
11.1	Het Drieslagmodel als model voor probleemoplossend handelen	152
11.2	Het Drieslagmodel als didactisch model	154
11.3	Het Drieslagmodel als model voor observatie en interventie	157
11.4	Wat betekent het Drieslagmodel voor rekenproblemen?	161
Hoofdstuk 12	Samenhang en afstemming tussen beide modellen	164
12.1	Samenhang	166
12.2	Studentkenmerken en de samenhang met beide modellen	166
12.3	De samenhang in beeld	168
12.4	Reflectie en onthouden	169
Hoofdstuk 13	Aandachtspunten voor het signaleren van rekenproblemen	172
13.1	Signaleringspunten bij de vier Hoofdlijnen	174
13.2	Aandachtspunten ten aanzien van het leerproces van de student	176
13.3	Aandachtspunten voor reflectie door de docent	177
Deel 4	Begeleiding	179
Hoofdstuk 14	Begeleiding en ondersteuning bij rekenonderwijs	180
14.1	Rekengeschiedenis van de student bij overgang vo-mbo	182
14.2	Continuïteit in begeleiding van vo naar mbo	182
14.3	Begeleiding in het mbo	183
14.4	Rollen, taken en deskundigheden	185

	14.5	De student	190
	14.6	Vastleggen van vorderingen en evaluatie	191
Hoofdstuk	15	Begeleidingscategorie 1	192
	15.1	Verschillen binnen het mbo	194
	15.2	De studenten in begeleidingscategorie 1	194
	15.3	Hanteren van doelen	195
	15.4	Opzet van een rekenles	196
	15.5	Instructievormen	198
	15.6	Oefenen	200
	15.7	Reflectie	202
	15.8	Evaluatie	202
Hoofdstuk	16	Begeleidingscategorie 2	204
	16.1	De studenten in begeleidingscategorie 2	206
	16.2	Afstemming	206
	16.3	Resultaat van een diagnostisch rekenonderzoek	207
	16.4	Doelen op lange en op korte termijn	207
	16.5	Leerstofinhoud	208
	16.6	Leeractiviteiten	210
	16.7	Uitvoering (planning en organisatie)	210
	16.8	Evaluatie van het individuele handelingsplan	211
	16.9	Vervolgstappen na de begeleiding in categorie 2	211
Hoofdstuk	17	Begeleidingscategorie 3	212
	17.1	De studenten in begeleidingscategorie 3	214
	17.2	Het belang van psychodiagnostisch onderzoek	215
	17.3	Adviezen vanuit het psychodiagnostisch onderzoek	215
	17.4	Het individuele handelingsplan	217
	17.5	Evaluatie van begeleidingscategorie 3	217
	17.6	Vervolgactiviteiten	217
Deel	5	Onderzoek	219
Hoofdstuk	18	Diagnostiek in begeleidingscategorie 2 (diagnostisch rekenonderzoek)	220
	18.1	Welke student komt in aanmerking?	222
	18.2	Het rekenonderzoek	222
	18.3	Kenmerken van de diagnostiek bij het rekenonderzoek	223
	18.4	Doel van het rekenonderzoek en de onderzoeksvraag	225
	18.5	Inhoud van het rekenonderzoek	226
	18.6	Pedagogische aspecten van een diagnostisch gesprek	226
	18.7	Didactische aspecten van een diagnostisch gesprek	227
	18.8	Opbrengst van het rekenonderzoek	229
	18.9	Vervolgactiviteiten	229

Hoofdstuk 19 Diagnostiek in begeleidingscategorie 3 (psychodiagnostisch onderzoek)	232
19.1 Welke student komt in aanmerking?.....	234
19.2 Een psychodiagnostisch onderzoek.....	234
19.3 Opbrengsten van het psychodiagnostisch onderzoek.....	235
19.4 Vervolgactiviteiten.....	237
19.5 Studenten met een dyscalculieverklaring bij binnenkomst in het mbo.....	237
Bijlagen	241
A Achtergronden van leren rekenen en rekenproblemen.....	242
Literatuur	254

Voorwoord

De Nederlandse Vereniging tot Ontwikkeling van het Reken-Wiskunde Onderwijs (NVORWO) heeft inmiddels een lange geschiedenis met het onderwerp *ernstige rekenwiskunde-problemen en dyscalculie*. Zij heeft dit onderwerp op de onderwijsagenda geplaatst en stappen ondernomen om te komen tot landelijke eenduidigheid op dit gebied.

De resultaten van de eerste verkenningen en expertbijeenkomsten werden vastgelegd in een oranje en een rood boek: *Dyscalculie in discussie* (Dolk & Van Groenestijn [Eds.], 2006) en *Dyscalculie in discussie, deel 2* (Van Groenestijn & Vedder [Eds.], 2008).

In 2008 heeft het ministerie van OCW een subsidie toegekend om het project *Ontwikkeling van een landelijk protocol voor de integrale aanpak van ernstige rekenwiskunde-problemen en dyscalculie (ERWD) bij leerlingen van 4 tot 12 jaar* uit te voeren. In 2011 verscheen het *Protocol Ernstige RekenWiskunde-problemen en Dyscalculie* (Van Groenestijn, Borghouts & Janssen, 2011). Dit *Protocol ERWD1* is bedoeld voor leerlingen in het basisonderwijs, het speciaal basisonderwijs en het speciaal onderwijs.

In 2010 gaf het ministerie van OCW aan NVORWO de vervolgopdracht het *Protocol ERWD1* te voorzien van uitbreidingen voor voortgezet onderwijs, voortgezet speciaal onderwijs en middelbaar beroepsonderwijs. Eind 2012 verschijnen de protocollen ERWD2 voor vo en vso en ERWD3 voor mbo.

Deze twee protocollen zijn van groot belang nu de centrale rekentoetsen 2F en 3F in het vo en de centrale rekenexamens 2F en 3F in het mbo ingevoerd gaan worden. Rekenen staat duidelijk op de kaart. Alle zeilen moeten worden bijgezet om ook de rekenzwakke student en de student met ernstige rekenproblemen tot het gewenste referentieniveau te brengen.

Het *Protocol ERWD3* richt zich in het bijzonder op het signaleren van allerlei vormen van rekenzwakte en op het bieden van rekenonderwijs dat aansluit bij deze verscheidenheid aan rekenniveaus. Doel blijft dat zoveel mogelijk studenten voor het door hen gewenste beroep kunnen afstuderen, inclusief de daarvoor noodzakelijke rekenvaardigheid. Het *Protocol ERWD3* biedt vele handreikingen aan mbo-instellingen om studenten goed rekenonderwijs te geven. Het Protocol benadrukt dat goed rekenonderwijs staat of valt met de professionaliteit van docenten en een adequate begeleiding van studenten. Het rekenonderwijs in het mbo heeft te maken met een enorme variëteit aan studenten in veel verschillende opleidingen. Ook kan het rekenniveau van de studenten enorm uiteenlopen.

Bij het ontwikkelen van dit protocol zijn vele deskundigen betrokken geweest. Wij denken aan de leden van de stuurgroep, de resonansgroep, het Steunpunt taal en rekenen mbo en de leesgroep. De NVORWO bedankt al deze personen, maar in het bijzonder Mieke van Groenestijn, Gerjan van Dijken en Dolf Janson voor hun werkzaamheden in de projectgroep en als auteur. De NVORWO bedankt ook Marjan Zandbergen, onze contactpersoon bij het ministerie van OCW en haar collega's. Een bijzonder woord van dank is er voor Agnes Laeven. Zij was projectsecretaris in de meest uitvoerige betekenis van dit woord.

Jaap Vedder
voorzitter NVORWO

De kern van de zaak

Dit boek is het *Protocol Ernstige RekenWiskunde-problemen en Dyscalculie voor het middelbaar beroeps-onderwijs*. In deze uitgave verwijzen wij naar dit protocol met de afkorting ERWD₃. Het *Protocol ERWD₃* is geschreven in opdracht van het ministerie van OCW.

Het *Protocol ERWD₃* is een vervolg op ERWD₁ en ERWD₂. Het *Protocol ERWD₁* verscheen in 2011 als het Protocol voor het basisonderwijs, het speciaal basisonderwijs en het speciaal onderwijs. De ingezette lijn is doorgetrokken naar het voortgezet onderwijs en het middelbaar beroepsonderwijs in twee afzonderlijke publicaties ERWD₂ en ERWD₃ die tegelijkertijd verschijnen. De uitgangspunten en de uitwerking van de drie protocollen sluiten geheel op elkaar aan.

De lijn van ERWD start in het primair onderwijs. Dit verklaart de letters RW in de naam. In de *Wet op het primair onderwijs* heet het vak waar het om gaat 'rekenen/wiskunde'. De afkorting ERWD blijkt inmiddels al helemaal ingeburgerd. Daarom is deze aanduiding gehandhaafd, hoewel in vo en mbo het vak met alleen het woord 'rekenen' wordt aangeduid.

Het *Protocol ERWD₃* biedt een leidraad waarmee men in het mbo kan werken om iedere student kwalitatief goed rekenonderwijs te geven. De focus ligt op de positie van rekenzwakke studenten voor wie leren rekenen veel tot zeer veel moeite kost. De aanwijzingen voor instelling- en opleidingspecifiek rekenbeleid helpen voorkomen dat deze studenten te weinig rendement uit de rekenlessen kunnen halen. 'Rekenen' heeft een belangrijke positie bij de examinering en de slaag-/zakregeling in het mbo. Slagen of zakken wordt (sterk) afhankelijk gemaakt van de resultaten op het centrale rekenexamen. Dit zou kunnen betekenen dat rekenzwakke studenten geen diploma halen. Daarom is het van belang dat het rendement van de rekenlessen zo hoog mogelijk is. Dit is in het belang van de student en uiteraard ook van de instelling.

Goed rekenonderwijs is afgestemd op zowel zwakke als sterke rekenaars. Het doel van dit protocol is instellingen richtlijnen te bieden voor het vorm en inhoud geven aan goed rekenonderwijs. 'Goed' verwijst in dit verband naar een combinatie van onderstaande kenmerken:

- Het rekenonderwijs sluit aan bij de onderwijsbehoeften van de studenten, ook als die heel specifiek zijn op het gebied van leren rekenen.
- Het rekenonderwijs is gericht op zowel consolideren van reeds verworven kennis, vaardigheden en inzichten, als op het verder uitbreiden daarvan.
- Het rekenonderwijs is gericht op het bevorderen van functionele gecijferdheid, zodat de studenten zich in de samenleving en in hun eventuele vervolgoopleidingen kunnen redden in de wereld van getallen.

- Het rekenonderwijs is gericht op het voorkomen van problemen en op het voorkomen van het groter worden van reeds onderkende problemen bij het leren rekenen van studenten.
- Het rekenonderwijs is erop gericht de ondersteuningsmogelijkheden binnen de instelling of opleiding optimaal te benutten en de samenwerking en afstemming tussen rekendocenten en docenten van beroepsgerichte vakken te stimuleren.

Goed rekenonderwijs draagt in hoge mate bij aan het streven zoveel mogelijk studenten op het gewenste eindniveau te brengen.

De behoefte aan duidelijkheid over het begrip ‘dyscalculie’ is groot. Toch kiest dit protocol niet voor de gemakkelijke weg van simpele definities en eenvoudig op te plakken etiketten. In dit protocol wordt ‘dyscalculie’ alleen gebruikt in gevallen waarin een diagnosticus heeft vastgesteld dat de rekenproblemen die een leerling in het baso, sbo, so, vo of vso ervaart zowel ernstig als hardnekkig zijn. Juist de hardnekkigheid onderscheidt deze leerling van die met ernstige rekenproblemen.

Het *Protocol ERWD₃* daarentegen richt zich op alle studenten die een bepaalde mate van rekenproblemen ervaren. Dit kan lopen van geringe problemen tot ernstige en hardnekkige problemen. Het Protocol beschrijft hoe studenten die grote moeite hebben met rekenen, adequate begeleiding kunnen krijgen.

Het doel van het *Protocol ERWD₃* is om het mbo in staat te stellen zoveel mogelijk studenten de noodzakelijke rekenvaardigheid te laten verwerven voor het door hen gewenste beroep. Dit protocol biedt daar handvatten voor. Het beschrijft de zorgvuldige procedures om rekenproblemen te signaleren en vanuit hoge verwachtingen te begeleiden. Dat vraagt van de instelling als geheel, dan wel van de opleidingen afzonderlijk, een samenhangend rekenbeleid en de beschikbaarheid van veel deskundigheid, zowel bij de docenten van deze studenten als bij de (interne) ondersteuningsteams.

Het *Protocol ERWD₃* bestaat uit vijf delen. Achtereenvolgens komen aan de orde:

- *visie en organisatie*: de visie op rekenen en de gevolgen voor beleid en organisatie;
- *rekenen*: de didactiek van rekenen;
- *afstemmen*: de signalering en observatie van rekenzwakke studenten;
- *begeleiden*: de manieren van begeleiden bij verschillende gradaties van rekenproblematiek;
- *onderzoeken*: de werkwijze bij de diagnostiek van rekenproblemen.

Alle betrokkenen, van leidinggevend tot (reken)docenten en van rekenspecialisten tot studieloopbaanbegeleiders, vinden in dit protocol informatie die voor hen directe en praktische relevantie heeft.

De samenstellers zijn ervan overtuigd dat de informatie in dit protocol binnen instellingen en opleidingen – door samenwerking en gericht en actief beleid – zal leiden tot goed en op de studenten afgestemd rekenonderwijs. Hierdoor zal het aantal studenten met ernstige rekenproblemen kunnen afnemen. Bovendien zal het rendement van het rekenonderwijs groter worden.

Wegwijs in het boek

Het *Protocol ERWD3* richt zich op verschillende soorten gebruikers, zoals opleidings-/afdelingsmanagers, ondersteuningsteams, studieloopbaanbegeleiders, rekendocenten, rekenspecialisten, gedragsdeskundigen en andere betrokkenen. Iedere gebruiker kan zijn eigen leesroute door het *Protocol ERWD3* uitstippelen.

Het boek heeft vijf delen, elk met een eigen thema. Elk hoofdstuk behandelt een subthema en bevat bovendien verwijzingen naar andere hoofdstukken of paragrafen. Via deze structuur kan de lezer gericht op zoek naar uitgebreidere informatie over een bepaald onderwerp. Naast de samenvatting van elk hoofdstuk voor in het boek staat voorafgaand aan elk hoofdstuk een korte inleiding. Deze geeft nog beknopter de kern van het betreffende hoofdstuk weer.

De gebruiker kan met de inhoudsopgave, de samenvattingen van en de inleidingen op elk hoofdstuk snel bepalen welke hoofdstukken voor hem het meest relevant zijn.

Gebruikte termen

In het *Protocol ERWD3* duidt *wij* op de groep auteurs en anderen die dit protocol (mede) hebben ontwikkeld.

Met *voortgezet onderwijs* (vo) bedoelen wij het voortgezet onderwijs en het voortgezet speciaal onderwijs (vso).

In de *Wet op het voortgezet onderwijs* is sprake van de schoolsoorten vbo en mavo. Het begrip vmbo is inmiddels zo ingeburgerd, dat wij in dit protocol deze term gebruiken om vbo en mavo aan te duiden.

Wij gebruiken aanduidingen van functies en rollen van docenten en andere medewerkers, die niet in alle instellingen onder die naam bekend zijn. In het overzicht in afbeelding 4.1 staan de taken genoemd die bij de verschillende functies en rollen kunnen horen. De lezer kan daarmee zelf nagaan welke aanduiding in de eigen organisatie daarbij past.

Voor de leesbaarheid gebruiken wij het woord 'rekenen' en bedoelen daarmee de domeinen van rekenen zoals die ook in de referentieniveaus zijn beschreven: getallen, verhoudingen, meten en meetkunde, en verbanden.

Wij verwijzen naar de student, de docent of andere betrokkenen met *hij* of *hem*. Uiteraard bedoelen wij dit in een *gender*-neutrale zin.

Samenvatting

Het Protocol Ernstige RekenWiskunde-problemen en Dyscalculie mbo, afgekort ERWD₃, is ontwikkeld voor de integrale aanpak van (Ernstige) RekenWiskunde-problemen en Dyscalculie in het middelbaar beroepsonderwijs. Het Protocol ERWD₃ is tot stand gekomen in opdracht van het ministerie van OCW.

Kern van de zaak

Het *Protocol ERWD₁* verscheen in 2011 als het Protocol voor het basisonderwijs, het speciaal basisonderwijs en het speciaal onderwijs (Van Groenestijn, Borghouts & Janssen, 2011). De ingezette lijn van ERWD₁ is doorgetrokken naar het voortgezet onderwijs en het voortgezet speciaal onderwijs in ERWD₂ (Van Groenestijn, Van Dijken & Janson, 2012) en naar het middelbaar beroepsonderwijs in een afzonderlijke publicatie ERWD₃. ERWD₂ en ERWD₃ verschijnen tegelijkertijd. De uitgangspunten en de uitwerking van de drie protocollen sluiten geheel op elkaar aan.

De lijn van ERWD start in het primair onderwijs. Hier heet het vak waar het om gaat 'rekenen/wiskunde'. Dit verklaart de letters RW in de naam. De afkorting ERWD blijkt inmiddels al helemaal ingeburgerd. Daarom is deze benaming gehandhaafd, hoewel dit in het voortgezet onderwijs en het middelbaar beroepsonderwijs alleen met het woord 'rekenen' wordt aangeduid. De inhoud van 'rekenen' dekt echter dezelfde rekenwiskundige domeinen als 'rekenen/wiskunde' in het primair onderwijs.

Het *Protocol ERWD₃* bestaat uit vijf delen:

- *visie en organisatie*: de visie op rekenen en de gevolgen voor beleid en organisatie;
- *rekenen*: de didactiek van rekenen;
- *afstemmen*: de signalering en observatie van rekenzwakke studenten;
- *begeleiding*: de manieren van begeleiden bij verschillende gradaties van rekenproblematiek;
- *onderzoek*: de werkwijze bij de diagnostiek van rekenproblemen.

Alle betrokkenen, van leidinggevend tot (reken)docenten en van rekenspecialisten tot studieloopbaanbegeleiders, vinden in dit protocol informatie die voor hen directe en praktische relevantie heeft.

De samenstellers zijn ervan overtuigd dat de informatie in dit protocol door samenwerking en gericht en actief beleid zal leiden tot goed en op de studenten afgestemd rekenonderwijs. Hierdoor zal het aantal studenten met (ernstige) rekenproblemen kunnen afnemen. Een en ander zal op termijn de kwaliteit en het rendement van al het rekenonderwijs ten goede komen.

Deze samenvatting is een korte weergave van de hoofdstukken waaruit het *Protocol ERWD3* is opgebouwd. De samenvatting volgt het Protocol op de voet. Via de inhoudsopgave kan de lezer snel bij de betreffende passage in het Protocol verder lezen.

Deel 1. Visie en organisatie

Hoofdstuk 1. Aandacht voor leren rekenen

Rekenen en rekenvaardigheid zijn tussen 2005 en 2010 hoog op de maatschappelijke en politieke agenda gekomen. De media voedden de onrust over de rekenvaardigheid van leerlingen en studenten. Ook de resultaten van internationale vergelijkende onderzoeken droegen daaraan bij. Om in de maatschappij van de 21ste eeuw te kunnen functioneren hebben alle burgers een fundamenteel niveau van 'functionele gecijferdheid' nodig.

Er wordt wetgeving opgesteld en beleid ontwikkeld met betrekking tot rekenen. In het mbo komen rekenexamens 2F en 3F en wordt (weer) rekenonderwijs aangeboden. De aanleiding hiertoe geven wij in vier punten weer.

Het middelbaar beroepsonderwijs zet de lijn voort die in het basisonderwijs en het voortgezet onderwijs is ingezet. Ook hier krijgt rekenen speciale aandacht. Sinds 2011 wordt het *Protocol ERWD1* voor het basisonderwijs geïmplementeerd. De protocollen *ERWD2* en *ERWD3* zijn hierop een vervolg, maar dan speciaal gericht op vo en vso, en mbo. Scholen voor Praktijkonderwijs gebruiken *ERWD1*.

ERWD3 is een leidraad voor de ondersteuning van en afstemming op rekenzwakke studenten in het mbo. Het biedt handvatten voor het inrichten van goed rekenonderwijs. Wat rekenonderwijs 'goed' maakt voor zwakke rekenaars is ook goed voor alle andere rekenaars.

Wij geven aan wat wij onder *ernstige rekenproblemen* en *dyscalculie* verstaan en wat het verschil tussen beide is. Wij schetsen hoe *ERWD3* aankijkt tegen onderwijs- en studentkenmerken die van invloed zijn op het ontstaan van en de begeleiding bij rekenproblemen. Wij geven een beeld van de gevarieerde mate van rekenvaardigheid van studenten bij hun instroom in het mbo. Hoe eerder deze diversiteit wordt onderkend, hoe beter het mbo op deze verschillen kan inspelen, hoe beter de studenten zijn geholpen en hoe hoger uiteindelijk het onderwijsrendement zal zijn.

Hoofdstuk 2. Visie en uitgangspunten

Wij geven onze visie op rekenonderwijs en rekenproblemen. Sleutelwoorden zijn succesbeleving, motivatie, afstemming en actieve deelname. Doel van het rekenonderwijs is dat studenten aan het eind van hun mbo een vastgesteld referentieniveau voor rekenen behalen. Wij gaan in op de positie van rekenen als aparte activiteit en binnen de andere vakken.

Binnen alle opleidingen zullen er studenten zijn met problemen op het gebied van leren rekenen. In een aantal gevallen zijn die ernstig en soms bovendien hardnekkig. ERWD₃ richt zich met name op studenten die binnen hun eigen opleiding ernstige rekenproblemen ondervinden. Wij beschrijven de (intensieve en specifieke) ondersteuning en begeleiding die zij nodig hebben. Bepalend hiervoor is de afstemming op de onderwijsbehoeften van de student.

In zeven uitgangspunten maken wij onze opvattingen concreter. Ze vormen de basis voor ERWD₃. In de volgende hoofdstukken werken wij ze diepgaand uit in praktische handelingsadviezen, gericht op alle betrokkenen. Dit zijn onze uitgangspunten:

- 1 Functionele gecijferdheid is de opbrengst van goed rekenonderwijs.
- 2 De ontwikkeling van rekenkennis en rekenvaardigheid stopt niet bij binnenkomst in het mbo.
- 3 Iedere student is anders en dit heeft ook consequenties bij leren rekenen.
- 4 Er is onderscheid tussen ernstige rekenproblemen en dyscalculie.
- 5 Docenten spelen in op gesignaleerde rekenproblemen door te differentiëren.
- 6 Onderzoekers diagnosticeren rekenzwakke studenten handelingsgericht.
- 7 Begeleiders van studenten met ernstige rekenproblemen of met dyscalculie werken resultaatgericht.

Het onderscheid tussen ernstige rekenproblemen en dyscalculie wordt bepaald door de hardnekkigheid van de problemen.

KERN Onderscheid tussen ernstige rekenproblemen en dyscalculie

Ernstige rekenproblemen kunnen ontstaan als er onvoldoende afstemming wordt gerealiseerd tussen het (reken)onderwijs en de onderwijsbehoeften van de student. De kenmerken van het onderwijs sluiten dan niet of onvoldoende aan bij de (aangeboren en verworven) kenmerken van de student.

*Wij spreken van **dyscalculie** als ernstige rekenproblemen, ondanks langdurige deskundige begeleiding en zorgvuldige afstemming, hardnekkig blijken en onveranderd blijven bestaan.*

Hoofdstuk 3. Rekenbeleid

Rekenproblemen zijn primair een knelpunt voor de student zelf. Vanwege het verplichte centrale rekenexamen aan het einde van het mbo en de invloed hiervan op het slagen of zakken, speelt voor de school ook het onderwijsrendement. De zorg voor de rekenzwakke student is dan ook een beleidskwestie en daardoor in het belang van de school zelf.

Wij gaan in op de keuzes die een school kan maken om het rekenbeleid vorm en inhoud te geven, anders gezegd om tegemoet te komen aan de onderwijsbehoeften van met name de rekenzwakke studenten. Daarbij gaan wij in op vragen die voor de school (kunnen) spelen.

Hoe kan de docent omgaan met onvoldoende rekenprestaties? Welke varianten zijn zoal mogelijk om het rekenonderwijs op te zetten? Hoe organiseert een school dat studenten hun rekenvaardigheid onderhouden? Hoe stemt een school het aanbod binnen een leerroute af op de behoeften? Welke deskundigheden heeft een school nodig om rekenonderwijs en zorg te bieden in de eerste, tweede en derde lijn? Hoe zorgt de school dat betrokkenen samenwerken en relevante informatie (kunnen) delen?

Hoofdstuk 4. Checklist

Om een school tegemoet te komen bij de uitwerking van haar rekenbeleid, biedt ERWD₃ een uitvoerige checklist. De aandachtspunten kan de school gebruiken om prioriteiten te stellen, (beleids)keuzes te maken en de resultaten te monitoren.

Veel aspecten van het rekenbeleid komen aan bod, zoals inhoud, vorm, tijd, ruimte, informatievoorziening, deskundigheidsbevordering, communicatie met studenten.

In twee tabellen vatten wij samen wat de kern is van de grote uitdaging voor het rekenonderwijs in het mbo. Deze uitdaging is een aanbod te leveren dat aansluit op de onderwijsbehoeften van studenten met een grote variëteit aan rekenvaardigheid.

De eerste tabel bevat een overzicht van alle betrokkenen bij het rekenonderwijs in de eerste, de tweede en de derde lijn. Wie zijn de betrokkenen en in welke rol? Welke gewenste kwalificaties bevelen wij aan? Welke taken zijn met deze rollen verbonden?

In de tweede tabel staat een samenvatting van de begeleiding. In het kort geven wij de kern van:

- 1 signalering;
- 2 observatie en onderzoek;
- 3 begeleiding.

Deel 2. Rekenen

Hoofdstuk 5. Rekenen in het mbo

De rekenontwikkeling van studenten verloopt aan de hand van vier Hoofdlijnen binnen alle (sub-) domeinen voor rekenen. Wij geven inzicht in deze vier Hoofdlijnen. Hierdoor kunnen betrokkenen rekenproblemen bij studenten signaleren en de begeleiding van rekenzwakke studenten toespitsen op wat zij nodig hebben.

Het rekenonderwijs in het mbo richt zich op vier activiteiten: *verder ontwikkelen*, *consolideren*, *onderhouden* en *verdiepen*. Deze activiteiten krijgen in de diverse opleidingen een verschillend accent.

In de Hoofdlijnen voor het mbo zijn deze activiteiten als volgt geïntegreerd:

- Hoofdlijn 1: verder ontwikkelen van begripsvorming.
- Hoofdlijn 2: verder ontwikkelen en consolideren van oplossingsprocedures.
- Hoofdlijn 3: vlot rekenen en onderhouden.
- Hoofdlijn 4: flexibel toepassen en verdiepen.



Afbeelding 5.2 Vier Hoofdlijnen in de rekenontwikkeling in het mbo

Elke Hoofdlijn bespreken wij uitgebreid in de volgende vier hoofdstukken. De Hoofdlijnen spelen in de praktijk op elkaar in. Bij elke Hoofdlijn komen de volgende vragen aan bod:

- Welke ontwikkeling maken (met name rekenzwakke) studenten globaal door?
- Welke knelpunten kunnen rekenzwakke studenten hierbij ervaren?
- Welke signaleringspunten zijn er?
- Welke aandachtspunten zijn er bij begeleiding?

Hoofdstuk 6. Hoofdlijn 1: verder ontwikkelen van begripsvorming

De eerste Hoofdlijn bij het leren rekenen is *verder ontwikkelen van begripsvorming*. Bij het uitvoeren van rekenactiviteiten en rekenopdrachten in het mbo is het nodig dat studenten begrip blijven ontwikkelen van wat ze doen en waarom ze dat doen. Dit betekent dat de student zich iets kan voorstellen bij een rekenactiviteit of een rekenkundige handeling in een bepaalde situatie en begrijpt wat er gebeurt in die situatie. Dit noemen we ‘betekenis verlenen’.

Verder is inzicht in *rekenconcepten* nodig om adequaat te kunnen handelen in rekensituaties. Hiervoor is het beheersen van *rekentaal* onmisbaar. Studenten gebruiken deze rekentaal om te kunnen vertellen hoe zij denken en handelen en om over rekenen te kunnen communiceren. In het mbo is het van groot belang dat studenten over rekenen redeneren en discussiëren met de docent en met elkaar.

Hoofdstuk 7. Hoofdlijn 2: verder ontwikkelen en consolideren van oplossingsprocedures

De tweede Hoofdlijn bij het leren rekenen is *verder ontwikkelen en consolideren van oplossingsprocedures*. Begripsvorming (Hoofdlijn 1) gebeurt door te werken met contexten. Contexten op hun beurt bieden de student de mogelijkheid om oplossingsprocedures te ontwikkelen die gebaseerd zijn op begrip. Daardoor krijgt het formele rekenen betekenis voor de studenten.

De oplossingsprocedures die studenten leren zijn:

- basisbewerkingen;
- complexere bewerkingen;
- hoofdrekenen en rekenen op papier;
- schatten en precies rekenen;
- werken met een rekenmachine en met een spreadsheet.

Hoofdstuk 8. Hoofdlijn 3: vlot rekenen en onderhouden

De derde Hoofdlijn bij het leren rekenen is *vlot rekenen en onderhouden*. Om vlot te kunnen rekenen is regelmatig en systematisch oefenen en gebruiken van rekenkennis en rekenvaardigheden noodzakelijk. Alleen zo komen studenten tot automatiseren, memoriseren en paraat hebben van rekenkennis en -vaardigheden. Door oefening kunnen zij hun rekenkennis en -vaardigheden onderhouden.

Hoofdstuk 9. Hoofdlijn 4: flexibel toepassen en verdiepen

De vierde Hoofdlijn bij het leren rekenen is *flexibel toepassen en verdiepen*. Gebruikelijk ligt de nadruk in het rekenonderwijs op het vlot rekenen (Hoofdlijn 3) als vaardigheid op zich. Het accent ligt doorgaans veel minder op de gebruikswaarde ervan (Hoofdlijn 4). In het dagelijks leven is rekenen evenwel altijd ingebed in functionele situaties. We gebruiken onze rekenkennis en -vaardigheden als gereedschap bij het uitvoeren van onze alledaagse activiteiten. Daarom is het nodig dat studenten hun kennis en vaardigheden gedurende de gehele studieperiode flexibel (verder) leren toepassen en hierdoor verdiepen (Hoofdlijn 4). Veelal wordt verondersteld dat studenten vanzelf de stap van rekenen op school naar rekenen in het 'gewone leven' kunnen maken. Dat is echter niet vanzelfsprekend. De mbo-instelling heeft de taak te werken aan transfer van schoolse kennis en vaardigheden naar functionele kennis en vaardigheden.

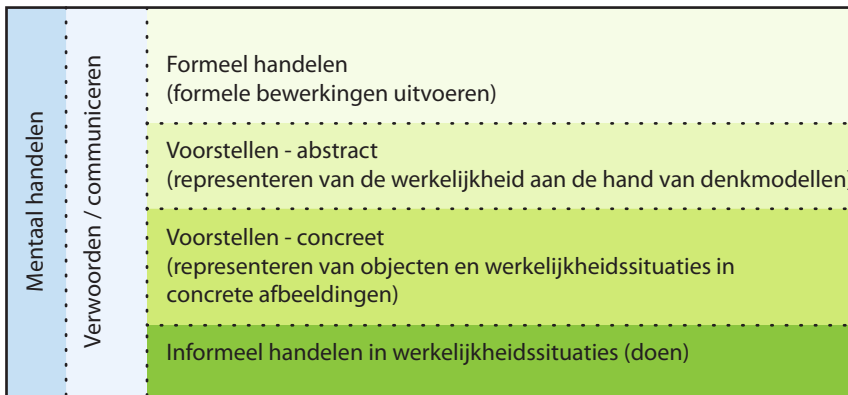
De oefeningen dienen om de studenten uit te dagen. Zij leren verschillende oplossingsprocedures adequaat gebruiken bij het oplossen van rekenvraagstukken, passend bij de context. Zij leren ook strategisch denken en handelen om keuzes te maken en beslissingen te nemen bij het oplossen van rekenvraagstukken.

Deel 3. Afstemmen

In ERWD staan twee modellen centraal om studenten te observeren bij hun rekenactiviteiten en eventuele problemen te signaleren en te analyseren.

Hoofdstuk 10. Het Handelingsmodel

Het *Handelingsmodel* is een schematische weergave van de rekenontwikkeling die alle studenten doormaken. Het model geeft de opbouw van en de samenhang tussen de verschillende niveaus van handelen systematisch weer.



Afbeelding 10.1 Het Handelingsmodel en de handelingsniveaus

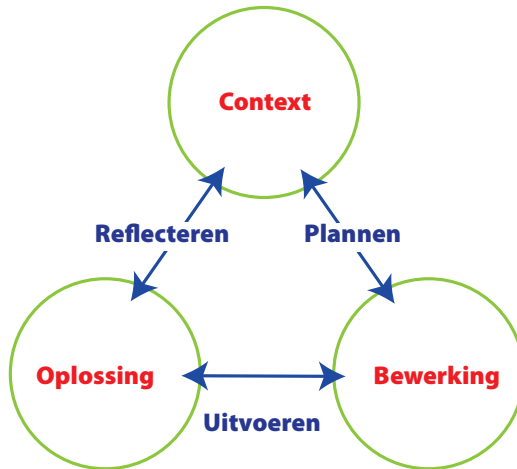
Een goede ontwikkeling op de twee onderste handelingsniveaus in het schema is voorwaarde voor het handelen en functioneren op de twee bovenste niveaus. Het laagste handelingsniveau is tevens de link met het rekenen in dagelijkse situaties en daardoor de basis voor functionele gecijferdheid.

Wij beschrijven hoe het Handelingsmodel werkt en hoe een docent aan de hand van het model:

- kan vaststellen op welke handelingsniveaus studenten rekenen (observeren en signaleren);
- zijn onderwijs kan afstemmen op handelingsniveaus van studenten;
- handelingen van studenten kan observeren, analyseren en interpreteren om te bepalen wanneer interventies nodig zijn en welke interventies dat zijn (begeleiding, rekenonderzoek).

Hoofdstuk 11. Het Drieslagmodel

Het *Drieslagmodel* is een model voor probleemoplossend handelen. Het laat zien hoe een student de oplossingsprocedure bij contextopdrachten doorloopt. De student gaat stapsgewijs van de context naar bewerking (plannen), vandaar naar oplossing (uitvoeren van de bewerking) en van de oplossing terug naar het oorspronkelijke probleem (reflecteren). Het eigenlijke rekenen is slechts een onderdeel van het probleemoplossend handelen, maar meestal wel essentieel voor het resultaat.



Afbeelding 11.2 Het Drieslagmodel

Wij beschrijven hoe het Drieslagmodel werkt en hoe een docent het kan inzetten als didactisch model en als model voor observatie en interventie. Studenten kunnen het Drieslagmodel ook zelf leren gebruiken bij probleemoplossend werken. Het model biedt aanknopingspunten voor de docent om te reflecteren op zijn eigen didactische handelen.

Hoofdstuk 12. Samenhang en afstemming tussen beide modellen

Het Handelingsmodel en het Drieslagmodel zijn allebei bruikbaar in reguliere lessituaties. Ze zijn een referentiepunt bij de begeleiding van rekenzwakke studenten; iedere docent en begeleider verwijst steeds naar de modellen bij zijn interventies. Hierbij spelen ook studentkenmerken een rol, omdat deze altijd van invloed zijn op het leren rekenen. Ze spelen dus ook een rol bij de afstemming op de ontwikkeling van het rekenen van de student.

Het Handelingsmodel en het Drieslagmodel kunnen worden gekoppeld. Tijdens de stappen van het probleemoplossend werken kunnen studenten hun rekenactiviteiten op verschillende handelingsniveaus uitvoeren. Het Handelingsmodel kan binnen het Drieslagmodel worden gebruikt.

Hoofdstuk 13. Aandachtspunten voor afstemming

Wij gebruiken het Handelingsmodel, het Drieslagmodel en studentkenmerken voor een lijst met aandachtspunten om rekenproblemen te signaleren en te analyseren. De lijst is niet uitputtend. Het is een praktisch hulpmiddel om systematisch te kijken naar het rekenen, de rekenontwikkeling en rekenproblemen die studenten ervaren.

De aandachtspunten zijn relevant in begeleidings- en onderzoekssituaties om de afstemming optimaal te maken en de vorderingen te bekijken. In de generieke rekenlessen kunnen rekendocenten en rekenspecialisten problemen in een vroeg stadium ontdekken en analyseren, waardoor zij tijdig kunnen ingrijpen en het onderwijs beter afstemmen.

Deel 4. Begeleiding

Hoofdstuk 14. Begeleiding van studenten met rekenproblemen

Studenten die in het mbo in aanmerking komen voor afstemming van begeleiding bij rekenen worden ingedeeld in drie begeleidingscategorieën.

Plaatsing van studenten in een van de drie categorieën gebeurt bij de start in het mbo op basis van gegevens van het voortgezet onderwijs of tijdens het mbo op basis van vorderingen die zij aantoonbaar al of niet maken.

Naarmate de problemen toenemen wordt de begeleiding steeds specifiekier afgestemd en intensiever. In dit hoofdstuk beschrijven wij de mate van betrokkenheid en de rollen van de (reken)docenten, de studieloopbaanbegeleider, de rekenspecialist en andere functionarissen.

Hoofdstuk 15. Begeleiding in categorie 1

De student in begeleidingscategorie 1 is in principe in staat het onderwijs te volgen in de opleiding waarin hij is geplaatst. Daarbinnen kan hij geringe rekenproblemen ervaren op specifieke onderdelen van rekenen. Hij heeft soms extra, meer afgestemde instructie en meer oefentijd nodig. Daarmee komt de student in subcategorie 1b. De student krijgt deze extra, afgestemde instructie in subgroepjes binnen de generieke rekenlessen.

De rekendocent biedt extra instructie, eventueel in overleg met de rekenspecialist.

Hij stemt het onderwijs af met behulp van de vier Hoofddlijnen en het Handelingsmodel. De rekendocent voert korte rekengesprekken met zijn studenten om denkprocessen van de studenten helder te krijgen en te kunnen analyseren. Hierbij maakt hij gebruik van het Drieslagmodel.

Bij aantoonbaar voldoende vorderingen blijft de student in categorie 1. Bij aantoonbaar onvoldoende vorderingen gaat hij door naar begeleidingscategorie 2.

Hoofdstuk 16. Begeleiding in categorie 2

In begeleidingscategorie 2 worden studenten geplaatst die ernstige rekenproblemen ondervinden. De begeleiding start met een diagnostisch rekenonderzoek. De rekenspecialist voert dit rekenonderzoek uit. Hij stelt een individueel handelingsplan op. De rekenspecialist en de rekendocent werken dit handelingsplan uit naar concrete lesdoelen en rekenactiviteiten.

De rekenspecialist biedt afgestemde instructie op basis van het handelingsplan. De rekendocent biedt aanvullende instructie tijdens de rekenles en begeleidt de student bij het oefenen.

Bij aantoonbaar voldoende vorderingen gaat de student terug naar begeleidingscategorie 1. Bij aantoonbaar onvoldoende vorderingen gaat de student door naar begeleidingscategorie 3.

Hoofdstuk 17. Begeleiding in categorie 3

Begeleiding in categorie 3 start met een psychodiagnostisch onderzoek. Op basis van de resultaten van dat onderzoek stelt de diagnosticus een handelingsadvies op. De rekenspecialist koppelt dit advies aan het individuele handelingsplan voor rekenen dat in begeleidingscategorie 2 al is opgesteld. Hij stemt het handelingsplan nog specifiek af op de onderwijsbehoeften van de student.

Bij aantoonbaar voldoende vorderingen gaat de student terug naar categorie 2. Bij aantoonbaar onvoldoende vorderingen of in geval van een aanwezige dyscalculieverklaring krijgt de student blijvende, structurele begeleiding op maat in begeleidingscategorie 3.

Deel 5. Onderzoek

Hoofdstuk 18. Diagnostiek in begeleidingscategorie 2 (diagnostisch rekenonderzoek)

Een student komt in aanmerking voor een diagnostisch rekenonderzoek wanneer het vermoeden bestaat dat er sprake is van ernstige rekenproblemen. Dit onderzoek wordt uitgevoerd door de rekenspecialist. Wij beschrijven het verloop en de inhoud van het diagnostisch rekenonderzoek. Dit hoort bij de begeleiding in categorie 2.

Het rekenonderzoek is een onderzoek naar het repertoire van de student op het gebied van rekenen: welke inzichten, kennis en vaardigheden heeft hij inmiddels en waar liggen de grenzen daarvan? Een diagnostisch gesprek met de student vormt de kern van het onderzoek.

Verder onderzoekt hij welke specifieke omgevingskenmerken een rol spelen en welke studentkenmerken het leerproces beïnvloeden.

Soms zijn meerdere gesprekken met de student nodig om dat repertoire in kaart te brengen. Een rekenonderzoek is per definitie niet gestandaardiseerd, maar adaptief, inspelend op wat de student weet, doet en zegt. De onderzoeker voert dit gesprek in een min of meer formele setting.

De diagnostiek bij het rekenonderzoek vereist dat zij wordt uitgevoerd door een onderzoeker met ervaring in het voeren van diagnostische gesprekken. Hij heeft zowel pedagogische en rekendidactische als diagnostische kennis en vaardigheden. Hij werkt volgens het model van handelingsgerichte diagnostiek (HGD) (Pameijer & Van Beukering, 2004).

Na het diagnostisch gesprek analyseert de rekenspecialist de resultaten, hij komt tot conclusies en stelt een verslag op. Hij beschrijft daarin zijn bevindingen en de analyse van het diagnostisch gesprek, de positieve aanknopingspunten wat betreft rekenen, studentkenmerken, omgevingskenmerken en zijn handelingsadviezen.

De handelingsadviezen worden vertaald naar intensieve en specifieke begeleiding van de student. Op basis van het rapport wordt een individueel handelingsplan opgesteld. Hiermee kan de school passende begeleiding bieden.

Hoofdstuk 19. Diagnostiek in begeleidingscategorie 3 (psychodiagnostisch onderzoek)

Een student komt in aanmerking voor een psychodiagnostisch onderzoek wanneer het vermoeden bestaat dat er sprake is van ernstige en hardnekkige rekenproblemen. Dit vermoeden blijkt uit het studentdossier. Wij zijn van mening dat er zonder onderbouwd vermoeden geen psychodiagnostisch onderzoek mag plaatsvinden. Verder zijn wij van mening dat een dyscalculieverklaring na de basisschool alleen nog in de eerste twee leerjaren in het vo kan worden afgegeven. Een dyscalculieverklaring is te beschouwen als een verbodentoegangsverklaring voor diverse vervolgopleidingen en beroepen.

Het psychodiagnostisch onderzoek gaat dieper in op de achterliggende problematiek van het leren rekenen en de taalontwikkeling van de student dan een diagnostisch rekenonderzoek. De onderzoeker probeert te achterhalen wat bij deze student de condities zijn voor het leren in het algemeen en leren rekenen in het bijzonder.

Een gekwalificeerde en geregistreerde diagnosticus voert het onderzoek uit volgens het model van handelingsgerichte diagnostiek (HGD). Hij is gespecialiseerd in rekenen of werkt nauw samen met een rekenspecialist.

Na het onderzoek maakt de diagnosticus een verslag met zijn diagnose en een conceptadvies voor de verdere begeleiding van de student. Hij gaat in op:

- primaire en secundaire verklarende factoren, de IQ-bepaling en comorbiditeit;
- specifieke onderwijsbehoeften van de student op het gebied van rekenen;
- het perspectief op lange termijn (koersbepaling);
- passende en haalbare handelingsadviezen en concrete aanknopingspunten voor de begeleiding.

Op basis van het rapport wordt een individueel handelingsplan opgesteld voor de begeleiding van de student op het gebied van rekenen.

Na een half jaar van intensieve begeleiding stelt de diagnosticus vast of er wel of geen aantoonbaar voldoende vorderingen zijn gemaakt. De begeleiding van de student vindt vervolgens plaats in categorie 2 of 3.

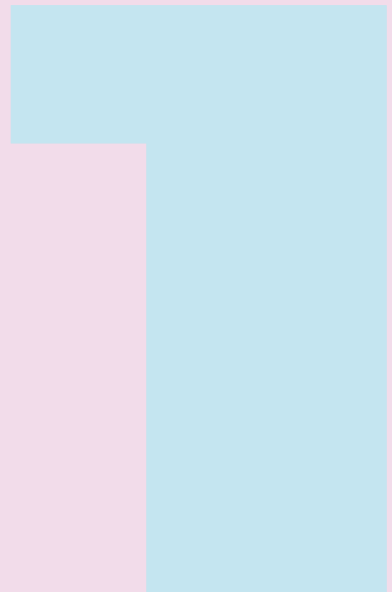
Deel 1

Visie en organisatie

- 1 Aandacht voor leren rekenen
- 2 Visie en uitgangspunten
- 3 Rekenbeleid
- 4 Checklist rekenen

1 Aandacht voor leren rekenen

In dit hoofdstuk schetsen wij de positie van rekenen in het middelbaar beroeps-
onderwijs (mbo). Wij beschrijven de rol die dit *Protocol ERWD3* heeft bij rekenen,
wat wij onder *ernstige rekenproblemen* en *dyscalculie* verstaan en hoe die een rol
spelen binnen het mbo. Ten slotte geven wij aan op wie dit protocol zich primair
richt.



1.1 Waarom aandacht voor rekenen in het mbo?

Rekenen was als apart onderdeel tot voor kort vrijwel verdwenen uit het onderwijspakket op het mbo. Waar het nodig was voor specifieke beroepsvaardigheden, zat het verweven in de beroepsgerichte vakken. Men nam aan dat studenten voldoende goed konden rekenen om hun beroep te kunnen uitoefenen. Er werd weinig aandacht geschonken aan algemene rekenvaardigheden die nodig zijn voor functioneren in de maatschappij of voor doorstroom naar het hoger beroepsonderwijs. Het gaat in die gevallen om functionele gecijferdheid. Functionele gecijferdheid wordt internationaal ook wel aangeduid als *numeracy*. De definitie die de *PIAAC Numeracy Expert Group* van de Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD) – ook wel bekend als OESO – gebruikt, luidt als volgt.

KERN

Numeracy

Numeracy is the ability to access, use, interpret, and communicate mathematical information and ideas, in order to engage in and manage the mathematical demands of a range of situations in adult life.

Geciteerd naar PIAAC Numeracy Expert Group (2009, p. 21).

Sinds 2010 is rekenen teruggekeerd op de beleidsagenda van het mbo. De belangrijkste aanleidingen voor deze hernieuwde aandacht lichten wij hieronder kort toe. Deze aanleidingen vormen de context waarbinnen dit protocol gaat functioneren.

- **Aanleiding 1: ongerustheid en wetgeving**

Ongerustheid over de rekenvaardigheid van studenten was de primaire aanleiding om te komen tot wetgeving op het gebied van Nederlands en rekenen in alle onderwijssoorten en daarmee ook in het mbo.

Door media-aandacht groeide het besef dat de rekenvaardigheid van studenten in alle onderwijssectoren tekortschoot. Rekenvaardigheid die studenten in het basisonderwijs verworven hadden, liep in het voortgezet onderwijs al snel terug. Dit gold zeker in de onderwijssectoren waar geen aandacht aan rekenen werd besteed. Studenten die rekenen wilden mijden, kozen richtingen waar rekenvaardigheid geen grote rol speelde. Dit vermijdingsgedrag kwam vervolgens ook terug bij de doorstroming naar middelbaar en hoger beroepsonderwijs en naar de universiteit. In het mbo en hbo kon hierdoor een ongewenst stapeffect ontstaan. Bijvoorbeeld bij studenten die na het mbo naar de pabo doorstroomden. Deze trend had op zijn beurt ongunstige gevolgen voor de rekenvaardigheid van nieuwe basisschoolleraren. En daardoor kwam de kwaliteit van het rekenonderwijs op de basisschool onder druk te staan. Zo ontstond iets wat op een vicieuze cirkel ging lijken. Ook de resultaten van internationaal vergelijkende onderzoeken, zoals de PISA-onderzoeken (OECD, 2001, 2007), droegen bij aan het doordringend besef dat de rekenvaardigheid terugliep. Deze onderzoeken leken namelijk te suggereren dat de positie van Nederland achteruitging ten opzichte van andere landen.

De ongerustheid over de kwaliteit van het (taal- en) rekenonderwijs was in 2007 de aanleiding voor de toenmalige staatssecretaris van OCW om de *Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen* te installeren. Deze ‘Commissie Meijerink’ adviseerde in 2008 om opeenvolgende referentieniveaus voor rekenen en Nederlandse taal vast te stellen. Dit advies resulteerde uiteindelijk in april

¹ In deze commissie was het hele onderwijsveld vertegenwoordigd, inclusief het mbo.

2010 in de publicatie van de *Wet referentieniveaus Nederlandse taal en rekenen*. Deze wet is per 1 augustus 2010 in werking getreden.

De wet introduceert een systeem van op elkaar aansluitende drempelmomenten, met daarmee verbonden referentieniveaus voor rekenen. Dit houdt voor het onderwijs de opdracht in dat alle studenten ook na de basisschool en het voortgezet onderwijs hun rekenkennis en -vaardigheid verder ontwikkelen en blijven gebruiken.

- **Aanleiding 2: drempelmomenten en verplichte rekentoetsen**

Op drempelmomenten in de schoolloopbaan wordt het rekenniveau van de studenten getoetst.

De *Wet Referentieniveaus Nederlandse taal en rekenen* heeft tot gevolg dat de drempelmomenten aan het begin en eind van de diverse onderwijssoorten gekoppeld zijn aan een bepaald referentieniveau. De wet veronderstelt dat leerlingen het vmbo instromen op ten minste Referentieniveau 1F (F staat voor *fundamenteel niveau*) voor rekenen. Leerlingen voor havo en vwo stromen in op ten minste Referentieniveau 1S (S staat voor *streefniveau*). Eind vmbo is niveau 2F vereist. Eind havo en vwo is 3F vereist. Het doel hiervan is het waarborgen van ten minste een fundamenteel niveau voor het vak rekenen voor iedereen.

Voor het mbo geldt dat voor de opleidingen op de mbo-niveaus 1, 2 en 3 Referentieniveau 2F in acht moet worden genomen. Voor de opleidingen op mbo-niveau 4 is dat Referentieniveau 3F. Deze referentieniveaus zijn vastgelegd als generieke eis in de kwalificatiedossiers van alle mbo-opleidingen.

Als gevolg van de *Wet Referentieniveaus Nederlandse taal en rekenen* zijn er voor het mbo centraal ontwikkelde examens voor Nederlands en rekenen. Dit geldt in elk geval voor de opleidingen op mbo-niveau 2, 3 en 4.² De eisen die aan de centrale examens worden gesteld, zijn vastgelegd in *syllabi*. Dit zijn regelgevende documenten voor respectievelijk Referentieniveau 2F (mbo-niveau 2 en 3) en Referentieniveau 3F (mbo-niveau 4). Het behaalde resultaat bij deze examens telt mee bij de beslissing over zakken of slagen, conform de betreffende uitslagregel.

Op alle referentieniveaus gaat het bij rekenen om vier domeinen: getallen, verhoudingen, meten en meetkunde, verbanden. Deze domeinen zijn dezelfde als die in het basisonderwijs en het voortgezet onderwijs. Opmerkelijk is wel dat hierdoor zowel in het voortgezet onderwijs als in het mbo meetkunde een onderdeel is van 'rekenen'. Bij het ontwikkelen van kennis, inzicht en vaardigheden binnen elk domein gaat het om de drie componenten *paraat hebben*, *functioneel gebruiken* en *weten waarom*.

² Voor mbo-niveau 1 wordt in 2014 een beslissing genomen over de mogelijke invoering van centrale examens.

KERN Drie componenten van rekenen

- *Paraat hebben*: volledige beheersing van feiten, begrippen, routines en technieken.
- *Functioneel gebruiken*: kunnen toepassen en gebruiken van kennis en vaardigheden in allerlei situaties waarin gerekend en geredeneerd moet worden.
- *Weten waarom*: inzicht in principes, formaliseren, abstraheren, overzicht.

Geciteerd naar Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen (2008, p. 49).

- **Aanleiding 3: samenleving vraagt 'functionele gecijferdheid'**

In een wat breder perspectief is het bevorderen van functionele gecijferdheid een belangrijke reden om rekenen een plek te geven in het mbo. Functionele gecijferdheid gaat verder dan het kunnen maken van 'kale sommen'.

Uit diverse onderzoeken (onder andere Nibud, 2011) blijkt dat veel jongeren, met name de wat lager opgeleide, moeite hebben hun uitgaven te overzien en in de hand te houden. Een reclamecampagne als *Pas op! Geld lenen kost geld!* is er niet voor niets. Het niet herkennen van de betekenis van maten en getallen en de consequenties van financiële verplichtingen zijn actuele voorbeelden van zwakke gecijferdheid. Zie afbeelding 1.1 voor meer voorbeelden.

Voor het volwaardig kunnen functioneren in de samenleving en voor het met succes kunnen volgen van beroepsopleidingen is functionele gecijferdheid blijkbaar een noodzaak.

Gecijferd of ongecijferd?

De tijdwinst door de verhoging van de maximumsnelheid op snelwegen van 120 km naar 130 km is (per uur) maximaal

- 5 minuten
- 15 minuten
- 25 minuten

De oppervlakte van Nederland is ongeveer

- 60 duizend m²
- 60 miljoen m²
- 60 miljard m²

Je wilt een usb-stick kopen om daarop 150 foto's te zetten van gemiddeld 7 MB. Dan heb je minimaal een opslagcapaciteit nodig van

- 1 GB
- 10 GB
- 100 GB

Dennis van 14 koopt een fraaie tv op afbetaling. Dat kost hem € 20,- per maand (looptijd 76 maanden). Hoe oud is Dennis als hij de tv heeft afbetaald?

- 15 jaar
- 17 jaar
- 20 jaar

• **Aanleiding 4: moderne tijd drijft op rekervaardigheid**

In een nog ruimer perspectief is rekenen belangrijk vanwege de bijdrage die dat vak levert aan vaardigheden die in de 21ste eeuw belangrijk zullen zijn voor jongeren van nu.

Rekenen maakt deel uit van en draagt bij aan wat *generieke vaardigheden* worden genoemd (Boswinkel & Schram, 2011). Het gaat dan onder meer om denkvaardigheden en om het kunnen dragen van verantwoordelijkheid. In Binkley et al. (2010) staan dergelijke vaardigheden opgesomd (zie afbeelding 1.2).

Generieke vaardigheden die belangrijk zijn in de 21ste eeuw

A Manieren van denken

- 1 Creatief en innovatief denken
- 2 Kritisch denken, oplossingsgericht denken, beslissingen nemen
- 3 Leren leren (metacognitie)

B Manieren van werken

- 4 Communiceren
- 5 Samenwerken (teamwerk)

C Instrumenten (benodigdheden om te kunnen werken)

- 6 Informatievaardigheden
- 7 ICT-vaardigheden

D Wereldburgerschap

- 8 Burgerschap (lokaal en wereldwijd)
- 9 Leven en werken (relaties en loopbaan)
- 10 Persoonlijke en sociale verantwoordelijkheid (inclusief cultureel bewustzijn en culturele competentie)

Afbeelding 1.2 KSAVE-model (*Knowledge, Skills and Attitudes, Values and Ethics*) (Binkley et al., 2010)

1.2 Waarom is er een *Protocol ERWD₃*?

Dit protocol is gemaakt als een vervolg op het *Protocol ERWD₁* voor het primair onderwijs en *Protocol ERWD₂* voor het voortgezet (speciaal) onderwijs. De stappen en aanpakken die in het eerste en tweede protocol beschreven staan, zullen te zijner tijd gelden als de uitgangssituatie voor het mbo. Wanneer de protocollen *ERWD₁* en *ERWD₂* volledig geïmplementeerd zijn, is de rekengeschiedenis van elke student bekend. Het is dan van elke student duidelijk of er sprake is geweest van een stagnerende of moeizaam verlopende rekenontwikkeling. In een dergelijk geval is de student gesignaleerd, begeleid en indien nodig nader gediagnosticeerd conform deze protocollen.

Tot het moment van de volledige implementatie zullen er studenten in het mbo instromen van wie nog niet precies bekend is hoe hun rekenontwikkeling is verlopen. Dit kan betekenen dat de grote diversiteit aan verworven kennis, inzichten en vaardigheden die deze studenten meebrengen, niet adequaat is gedocumenteerd.

Tot 2010 was het belang van rekenen in het mbo vooral gelegen in de toepassingen ervan bij het aanleren van beroepsvaardigheden. Vanaf 2010 heeft rekenen een beslissende positie gekregen in de examenregelingen. Als gevolg hiervan is het voor studenten in het mbo belangrijk dat rekenproblemen tijdig worden herkend. Alleen dan kan een opleiding passende maatregelen nemen. Daarnaast is er ook voor de opleiding zelf een belang. Het slagingspercentage hangt voor bepaalde groepen studenten sterk af van hun vorderingen in het vak rekenen. De exameneis is dat studenten op het centraal examen het vereiste referentieniveau rekenen hebben bereikt in combinatie met Nederlands (en op mbo-niveau 4 met Engels). Heeft een student niet het vereiste resultaat behaald, dan zakt hij en dat blokkeert hem in zijn vervolgopleiding en in het daarmee verbonden beroepsperspectief. Daarnaast is het natuurlijk evenmin in het belang van de opleiding dat studenten 'slechts' vanwege hun rekenprestaties de opleiding niet gediplomeerd kunnen afsluiten.

Het *Protocol ERWD*3 kan daarom worden gezien als een leidraad voor de ondersteuning van en afstemming op rekenzwakke studenten. Het biedt tevens handvatten voor het inrichten van goed rekenonderwijs in het mbo. Daarmee draagt het bij aan de in het mbo noodzakelijke kennisbasis voor het vak rekenen, met perspectief op functionele gecijferdheid.

1.2.1 Onderwijskenmerken en studentkenmerken

Bij (ernstige) rekenproblemen en dyscalculie spelen enerzijds onderwijskenmerken en anderzijds studentkenmerken een rol. Onder onderwijskenmerken verstaan wij de specifieke factoren vanuit het onderwijs die van invloed zijn op de rekenontwikkeling van de student. Studentkenmerken zijn sociaal-emotionele en cognitieve factoren die de rekenontwikkeling van de student positief of negatief beïnvloeden.

Het onderscheid tussen (ernstige) rekenproblemen en dyscalculie wordt bepaald door de hardnekkigheid van de problemen. 'Hardnekkigheid' betekent dat de bevorderende invloed van de onderwijskenmerken na een periode van een half jaar nog ontoereikend is. In zo'n geval heeft de deskundige begeleiding van de student – zorgvuldig afgestemd op zijn individuele onderwijsbehoeften – de invloed van studentkenmerken op de ontwikkeling van het rekenen dan onvoldoende kunnen verminderen.

In verreweg de meeste gevallen blijkt echter de oorzaak van de rekenproblemen te liggen bij het ontbreken van dit type zorgvuldig afgestemde begeleiding. Het gaat dan om rekenonderwijs waarin docenten bijvoorbeeld:

- niet of te laat de risico's in de rekenontwikkeling van een student herkennen;
- leerstof aanbieden die niet aansluit bij de voorkennis (dit kan zowel rekeninhoudelijk zijn, als wat betreft algemene kennis van de betekenis van getallen, maten en bewerkingen in een bepaalde context);
- leerstof aanbieden op een manier die niet aansluit bij het niveau van denken en handelen, bijvoorbeeld op een te verbale of abstracte manier instructie geven;
- opdrachten en oefenvormen aanbieden die niet passen bij de onderwijsbehoeften van de student, bijvoorbeeld door de student te eenzijdige oefeningen aan te bieden (steeds hetzelfde materiaal, hetzelfde model of alleen 'kale sommen');
- het leggen van de koppeling tussen handelen, voorstellen, verwoorden en noteren, te weinig uitlokken en evenmin voordoen (*modeling*);
- de student niet, of te weinig, actief en doelgericht laten oefenen;
- niet opmerken dat emotionele blokkades een rol spelen.

De studentkenmerken die hierbij een rol spelen en die specifieke afstemming noodzakelijk maken zijn onder meer de volgende:

a. De student heeft moeite met het onderscheiden, herkennen van en betekenis verlenen aan getallen.

Dit kan blijken uit problemen bij het:

- koppelen van hoeveelheid, uitspraak en schrijfwijze;
- uitspreken van grote getallen;
- betekenis verlenen aan de cijfers in een getal;
- benoemen van de getallen binnen de context van maten of geld;
- herkennen van de samenhang tussen bewerkingen en het effect daarvan op getallen;
- schatten van (grotere) hoeveelheden, ook met visuele ondersteuning.

b. De student ervaart problemen die te maken hebben met de sterkte en/of de organisatie van het geheugen (zowel werkgeheugen als langetermijngeheugen).

Dit kan blijken uit problemen met het:

- herkennen en vasthouden van essentiële informatie, hetzij auditief, hetzij visueel;
- vasthouden van de volgorde binnen bewerkingen;
- systematisch werken bij complexe bewerkingen zoals algoritmen;
- terugvinden van opgeslagen feitenkennis;
- compleet en in samenhang opslaan van feiten en procedures;
- beschikbaar hebben van basiskennis en basisvaardigheden (zowel geautomatiseerde als gememoriseerde kennis³);
- zich visueel kunnen voorstellen van situaties.

KERN Dyscalculie?

Het Protocol ERWD₃ maakt nadrukkelijk onderscheid tussen *ernstige rekenproblemen* en *dyscalculie*. Daarmee wil dit protocol voorkomen dat het etiket 'dyscalculie' te gemakkelijk wordt gebruikt. Indien er inderdaad sprake is van dyscalculie, heeft dat namelijk ernstige consequenties voor de keuze van een beroep en de toelating tot daarop gerichte (vervolg)beroepsopleidingen. Dit betekent dat het streven moet zijn om slechts in uitzonderlijke gevallen deze kwalificatie toe te kennen.

Studenten op wie de kwalificatie 'dyscalculie' van toepassing is, zullen in verschillende mate in staat zijn de problemen bij rekenen te compenseren of te omzeilen. Dit is afhankelijk van het cognitief niveau en eventueel andere talenten. Daardoor zal het herkenbare effect van dyscalculie bij een student met niveau 4 anders zijn dan bij een student met niveau 2.

Een dyscalculieverklaring is geen toegangsbewijs tot faciliteiten, maar eerder een verbodtoegangsbewijs voor diverse beroepen en opleidingen. Dyscalculie wijst op een beperking die in diverse beroepen een handicap blijkt te zijn. Daarom is omzichtigheid geboden bij het toekennen van de kwalificatie 'dyscalculie'.

Wie beschikt over een dyscalculieverklaring kan niet meer zinvol deelnemen aan *groepsinstructie* in de generieke rekenlessen, maar is aangewezen op individuele en zeer deskundige begeleiding.

³ *Automatiseren* is het leerproces dat erop is gericht zonder eerst te hoeven nadenken de (een) weg naar de oplossing te weten (bijvoorbeeld $9 \times 7 = (10 \times 7) - (1 \times 7) = 70 - 7 = 63$) (proceskennis). *Memoriseren* is het leerproces dat erop is gericht zonder te hoeven nadenken direct het antwoord te weten ($9 \times 7 = 63$) (feitenkennis).

De opeenvolgende reeks van drie protocollen – van basisonderwijs tot en met mbo – maken het straks mogelijk te zorgen voor continuïteit in de begeleiding van leerlingen en studenten. Dat geldt trouwens ook voor de hierbij gebruikte termen. Door dezelfde taal te delen, is het in de communicatie duidelijk wat wordt bedoeld met en verstaan onder bijvoorbeeld:

- Wat is een risico voor de rekenontwikkeling?
- Wat zijn handelingsniveaus?
- Wat is het Drieslagmodel voor probleemoplossend handelen? (niet te verwarren met de in het mbo bekende Drieslag voor taal en rekenen)
- Wanneer is er sprake van ernstige rekenproblemen of van dyscalculie?

1.2.2 De instroom in het mbo

Wanneer studenten binnenkomen in het mbo worden zij ingeschreven in een voor hen passende opleiding. Inhoud, niveau en beroepsperspectief sluiten aan bij de mogelijkheden van de student.

Binnen elke opleiding kan een student goed, gemiddeld of zwak zijn. Dit is afhankelijk van zijn algemene capaciteiten en van zijn totale functioneren in alle vakken of onderdelen daarvan. Binnen één vak of een onderdeel van een vak kan een student wel of niet specifieke problemen ondervinden. Deze problemen kunnen bovendien in verschillende gradaties optreden. Voor rekenen kan dit variëren van geen problemen tot ernstige rekenproblemen en zelfs dyscalculie. Soms komen specifieke problemen in meerdere vakken of onderdelen voor, bijvoorbeeld wanneer tegelijkertijd sprake is van dyslexie en dyscalculie. We spreken dan van *comorbiditeit*.

De focus van het *Protocol ERWD*₃ ligt natuurlijk op studenten voor wie rekenen in brede zin een zware opgave is. Over het algemeen hebben deze studenten weinig plezier aan rekenen beleefd. Rekenen kan dan ook voor hen emotioneel beladen zijn.

De kans op rekenproblemen is in de ene opleiding groter dan in de andere. Ook het niveau van de opleiding speelt een rol. Zo zal in de techniekopleidingen de kans op rekenproblemen minder groot zijn, dan in de kappersopleiding. Op mbo-niveau 1 en 2 is de kans weer groter dan op mbo-niveau 4. Toch kunnen ook studenten met niveau 4 ernstige rekenproblemen ervaren. Het is dus zaak om bij alle studenten op alle opleidingen alert te zijn op de mogelijkheid van rekenproblemen.

Studenten in het mbo in de komende jaren

In het algemeen is de verwachting dat er zeker de komende jaren in het mbo nog veel studenten instromen die zich tijdens het voortgezet onderwijs nog onvoldoende hebben ontwikkeld op het gebied van rekenen. Dit betekent dat zij het Referentieniveau 2F niet (goed) beheersen en in een aantal gevallen zelfs niveau 1F niet. Doordat in het voortgezet onderwijs het rekenen tot op heden niet goed onderhouden is, zal de basiskennis uit het primair onderwijs voor een deel verdwenen of weggezakt kunnen zijn.

Wanneer de wetgeving in het vmbo zijn beslag heeft gekregen en de rekentoets deel uitmaakt van het examen, mag verwacht worden dat de instroom van studenten in het mbo voor een groot deel wel op niveau 2F zal liggen. Daarnaast houdt het mbo een instroom van studenten die (op latere leeftijd) vanuit een werksituatie komen. Bij deze studenten kan de rekenvaardigheid en rekenkennis flink weggezakt zijn.

Volgens de uitgangspunten van dit protocol sluit het onderwijsaanbod in het mbo aan bij de stand van de rekenontwikkeling bij instroom. Studenten zijn (voor een groot deel) nog steeds in ontwikkeling en kunnen zich met een goede didactische begeleiding op het gebied van rekenen nog ver-

der ontwikkelen. Doorgaans zal voor alle studenten de leerstof van de bovenbouw basisonderwijs nog uitgebreid aan de orde moeten komen. Voorwaarde is dan wel dat dit gebeurt op een manier die past bij hun leeftijd en belevingswereld, zodat hun motivatie geen belemmering hoeft te zijn.

Bij studenten in het mbo betekent dit: goede handelingsgerichte instructie bestaande uit concrete doe-activiteiten, doelgericht oefenen, automatiseren en memoriseren. Wanneer zij niveau 1F beheersen, kan het onderwijs gaan toewerken naar niveau 2F, (het uitstroomniveau dat behoort bij mbo-niveau 2 en 3), respectievelijk 3F (het uitstroomniveau voor mbo-niveau 4). Dit zal voor veel studenten een hele opgave zijn, ook op emotioneel gebied.

Studenten in niveau-4-opleidingen hebben over het algemeen een betere basis op gebied van taal, lezen en rekenen. Zij zijn sterk praktijkgericht en kunnen goede conceptontwikkeling en goede rekenvaardigheid bereiken. Voorwaarde is dat het rekenen goed aansluit bij hun interesses en gericht is op concrete activiteiten.

Binnen deze groepen zijn er ook studenten die specifieke problemen ervaren met rekenen. Dit kan variëren van geringe tot zeer ernstige problemen en zelfs tot hardnekkige problemen. Wanneer studenten bij instroom een dyscalculieverklaring hebben, wordt in het mbo hun zeer intensieve en deskundige (individuele) begeleiding voortgezet (zie deel 2, 3 en 4).

Bij andere studenten die (ook) ernstige rekenproblemen ondervinden is het (vaak) moeilijk in te schatten waar de oorzaak van die problemen precies ligt. Dit komt doordat deze studenten soms over de hele lijn, dus ook met taal, lezen en andere vakken, een wat langzame of beperkte ontwikkeling laten zien. Dat vraagt analyse en ondersteuning op maat.

Studenten die binnenkomen op 2F-niveau

Studenten die vanaf 2013 instromen in het mbo met tenminste een 2F-niveau moeten dit referentieniveau in de mbo-opleidingen van niveau 2 en 3 onderhouden. Voor de mbo-opleidingen van niveau 4 geldt dat zij referentieniveau 3F bereiken. Ook het onderhoud van 2F en de verdere ontwikkeling naar 3F vraagt een goede didactische begeleiding voor alle studenten. Het accent ligt hierbij op goede conceptontwikkeling, oefenen en probleemoplossend werken. Betekenisvol rekenen (aansluitend bij hun leefwereld en hun beroepsperspectief) is voor deze studenten essentieel, zowel vanwege de conceptontwikkeling als voor hun motivatie. Daarnaast is het van belang om voldoende tijd te (blijven) besteden aan effectief oefenen, automatiseren en memoriseren van basisbewerkingen, met en zonder rekenmachine.

Ook binnen deze groepen zijn er studenten die specifieke problemen ervaren. Dat betekent dat zij specifieke ondersteuning op maat nodig hebben en in het geval van een dyscalculieverklaring: individuele begeleiding.

1.3 Wie gaan werken met dit protocol?

Dit eerste deel van het *Protocol ERWD₃* is bedoeld voor opleidingsmanagers. Op basis van de uitgangspunten van dit protocol zullen zij keuzes maken over de organisatie van rekenlessen, de inzet van mensen en het verwerven van deskundigheid.

Voor de managers is het van belang te beseffen dat de invoering van dit protocol een veranderingsproces binnen de opleiding betekent. Het is niet iets dat even kan worden 'geregeld'. Zeker als de consequentie zou zijn dat er meer gedifferentieerd gaat worden in de rekenlessen, kunnen docenten dat als ingrijpend ervaren. Dit geldt ook als samenwerking tussen rekendocenten en beroeps-

gerichte vakdocenten onderdeel van de verandering is. En nog meer als ook de praktijkopleiders bij de rekenontwikkeling van de studenten betrokken worden.

Daarnaast is dit protocol bedoeld voor ondersteuningsteams, studieloopbaanbegeleiders, rekendocenten, rekenspecialisten en andere betrokkenen binnen mbo-opleidingen. De hoofdstukken die gaan over de didactische aspecten, bieden hen aanknopingspunten voor hun eigen werk. Zij zijn in veel gevallen ook de intermediair naar de verschillende docenten die met de gesignaleerde studenten te maken hebben. In die rol kunnen zij bepaalde delen van dit protocol gebruiken om deze docenten te informeren en te voorzien van praktijkgerichte en/of achtergrondinformatie. Daarmee kunnen zij op inhoudelijk niveau de veranderingsprocessen faciliteren.

Het is wenselijk dat alle betrokkenen een proactieve houding hebben. Dit betekent dat zij niet wachten tot de resultaten zo laag zijn dat er een probleem is. Beter gaan zij, op basis van voorinformatie (bijvoorbeeld vanuit het voortgezet onderwijs) en waarnemingen tijdens de lessen, direct tot actie over. In alle gevallen dat de voorinformatie aangeeft dat sprake is van (ernstige) rekenproblemen, speelt de ontvangende opleiding daarop vanaf het begin op adequate wijze in. Deze vorm van 'tijdigheid' vraagt deskundigheid, heldere communicatie met alle betrokken docenten en duidelijke afspraken over begeleiding, condities en aanpak. Die behoefte aan duidelijkheid geldt zeker ook voor de betrokken studenten (en eventueel hun ouders/verzorgers).

2 Visie en uitgangspunten

In dit hoofdstuk beschrijven wij het belang van functionele gecijferdheid en de visie op leren rekenen en rekenproblemen. Daarop gebaseerd formuleren wij de uitgangspunten die aan dit protocol ten grondslag liggen.



2.1 Visie op leren rekenen en rekenproblemen

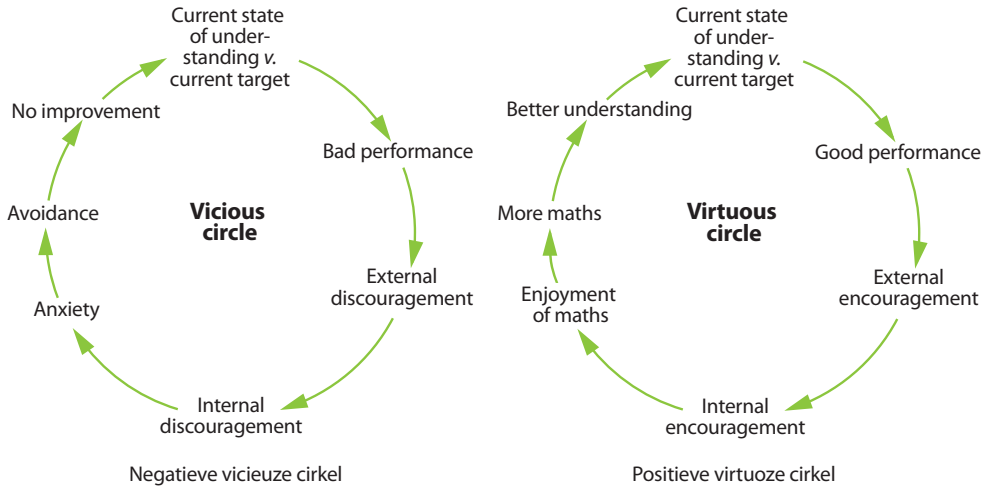
De doelgroep studenten in het mbo is heel divers. Aan de ene kant gaat het om jongeren die net van het voortgezet onderwijs komen en die zich via een voltijdstudie gaan voorbereiden op een beroep. Aan de andere kant gaat het om studenten, die al (soms jarenlang) werken in een beroep, maar nog geen diploma hebben of die zich willen na- of bijscholen. Daarbij gaat het naast voltijdstudenten die zich via de beroepsopleidende leerweg (bol) willen scholen, ook om deeltijdstudenten, die via de beroepsbegeleidende leerweg (bbl) een opleiding volgen.

Rekenen is soms een essentieel onderdeel van de beroepsopleiding (denk aan technische opleidingen of opleidingen in de gezondheidszorg). Bij andere opleidingen is rekenen veel minder cruciaal voor de beroepsuitoefening.

Meer in algemene zin vormt een goede taal- en rekenvaardigheid mede de basis voor het kunnen functioneren in een opleiding, in een werksituatie en voor participatie in de samenleving. Dat is de reden dat 'rekenen' een aparte plaats heeft in de examenregelingen. Door deze exameneisen is rekenen een niet meer te vermijden onderdeel van een beroepsopleiding.

Desondanks ziet niet iedere student de noodzaak van taal- en rekenvaardigheid als een eigen doel. Bovendien is de rol van rekenvaardigheid voor het eigen perspectief ook afhankelijk van de mogelijkheden van studenten. Rekenen is echter een generieke eis voor alle opleidingen. Daarom is het de taak van elke mbo-opleiding de studenten ook voor rekenen een optimale basis te bieden, want dat is ook een basis voor hun verdere toekomst. Voor studenten in de mbo-niveaus 2 en 3 leidt dit uiteindelijk tot beheersing van Referentieniveau 2F en voor de studenten in mbo-niveau 4 van Referentieniveau 3F.

De motivatie voor rekenen zal dan ook heel verschillend zijn. Schoolsucces is daarbij van invloed. Hoe beter de schoolloopbaan van een student verloopt of in het verleden verlopen is, hoe meer gemotiveerd hij is en hoe meer succes hij ervaart. Wie echter minder succesvol is, verliest motivatie en wordt al snel bevestigd in de mening dat het met dit vak toch niet lukt (Butterworth, 1999). Zo'n student kan zelfs weerstand tegen rekenactiviteiten of faalangst in rekensituaties ontwikkelen. In beide gevallen leidt dit tot een zichzelf versterkend patroon. Studenten die goed presteren komen in een positieve virtueuze cirkel. Degenen die problemen ervaren met leren komen in een negatieve vicieuze cirkel. Bedenk hierbij dat het om iteratieve (zich systematisch herhalende) processen gaat; daarom is er sprake van een positieve virtueuze spiraal respectievelijk van een negatieve vicieuze spiraal.



Afbeelding 2.1 De negatieve vicieuze cirkel en de positieve virtueuze cirkel (ontleend aan Butterworth, 1999, pp. 283-284)

Docenten kunnen de motivatie van de studenten stimuleren en benutten. Dit bereiken zij door hun onderwijs af te stemmen op de ontwikkeling van de studenten en in te spelen op hun leefwereld. Zo kunnen zij voorkomen dat studenten voortijdig uitvallen of afstromen naar een lager opleidingsniveau. Studenten die in de voorgaande jaren al ernstige problemen met leren hebben ondervonden, lopen in het mbo een extra risico.

Studenten in het mbo zijn in veel gevallen wel degelijk in staat om nog beter te leren rekenen. Voorwaarde is dat hun docenten het (reken)onderwijs afstemmen op wat zij nodig hebben om weer te kunnen en te durven (leren) rekenen. Sommige studenten hebben meer tijd nodig om zich de basisstof eigen te maken. Andere studenten hebben over het algemeen vooral regelmatig herhaling nodig om de basisstof te consolideren. Daarnaast zal men in het hele mbo systematisch aan verdere ontwikkeling van rekenkennis en -vaardigheden van alle studenten moeten werken om hen de referentieniveaus 2F of 3F te laten bereiken, dan wel het al eerder bereikte niveau te laten onderhouden.

Binnen alle mbo-opleidingen zullen er studenten zijn met problemen op het gebied van (leren) rekenen. Bij sommigen zijn die problemen hardnekkig. In dit protocol maken wij onderscheid tussen ernstige rekenproblemen en – bij hardnekkigheid – dyscalculie (zie hoofdstuk 1). In bijlage A staan achtergronden over (leren) rekenen. Hierin geven wij een overzicht van de daarover in de wetenschap heersende opvattingen.

Naarmate rekenproblemen ernstiger zijn, moet de geboden ondersteuning en begeleiding steeds zorgvuldiger zijn afgestemd op de onderwijsbehoeften van de student. Zijn de rekenproblemen ernstig en hardnekkig (dyscalculie), dan is zelfs groepsinstructie voor rekenen niet meer zinvol. Binnen een onderwijssituatie is de mate waarin een student in staat is tot leren in hoge mate afhankelijk van de condities die docenten creëren. Studenten die veel moeite hebben met (leren) rekenen, zijn nog sterker afhankelijk van de aanwezigheid van specifieke condities. Voor hen is een deskundige afstemming nog meer geboden.

De focus in dit protocol ligt met name op ondersteuning en begeleiding van alle studenten die binnen hun eigen opleiding ernstige rekenproblemen ondervinden. Het maakt hierbij niet uit of zij wel of niet een dyscalculieverklaring hebben. Zij hebben intensieve en specifieke ondersteuning en begeleiding nodig. Daarnaast zijn er studenten die meer in het algemeen extra moeite moeten doen om zich leerstof eigen te maken. Deze studenten hebben dus ook ondersteuning en begeleiding nodig bij het (leren) rekenen. Daarom zijn de handvatten die wij aanreiken voor de specifieke ondersteuning bij ernstige rekenproblemen in principe van toepassing op alle rekenzwakke studenten in mbo-opleidingen.

2.2 Functionele gecijferdheid

KERN

Het langetermijndoel van het rekenwiskunde-onderwijs is functionele gecijferdheid

Iemand die gecijferd is kan adequaat handelen in rekenwiskundige situaties in het persoonlijk en maatschappelijk leven en in het beroep. Hij is tevens in staat om zijn kennis en vaardigheden flexibel te kunnen aanpassen aan nieuwe ontwikkelingen in een continu veranderende maatschappij (Van Groenestijn, 2002, 2010).

Om dit te kunnen beschikt een volwassene over:

- 1 functionele rekenwiskundige kennis en vaardigheden;
- 2 competenties voor het managen van rekenwiskundige situaties;
- 3 competenties voor het zelfstandig verwerven van nieuwe informatie.

Ad 1. Functionele rekenwiskundige kennis en vaardigheden

Bij functionele rekenwiskundige kennis en vaardigheden worden de volgende domeinen onderscheiden:

- getallen en bewerkingen;
- verhoudingen, breuken, decimale getallen en procenten;
- meten en meetkunde, waaronder het metriek stelsel, geld en tijd;
- verbanden, waaronder data, kans en groei/informatieverwerking.

Hierbij wordt verondersteld dat iedere volwassene beschikt over:

- een set van elementaire rekenwiskundige kennis en vaardigheden als basis om verder te kunnen leren;
- specifieke rekenwiskundige kennis en vaardigheden, afhankelijk van de individuele persoon, beroep en maatschappelijke positie.

Ad 2. Competenties voor het managen van rekenwiskundige situaties

Voor het kunnen managen van situaties waarin rekenwiskundige activiteiten worden verlangd, mag van een volwassene worden verwacht dat hij:

- een algemeen rekenwiskundige houding heeft ontwikkeld met een goed 'gevoel voor getallen'. Dat betekent onder andere dat hij betekenis kan geven aan getallen in hun context, kan beredeneren of getallen kloppen, maten en afstanden kan schatten;

- situaties kan identificeren waarin een rekenwiskundig probleem of activiteit ingebed is;
- deze situaties kan analyseren en kan bepalen welke rekenwiskundige informatie aanwezig is en welke activiteiten nodig zijn om een probleem op te lossen of op een andere wijze adequaat kan handelen;
- kan communiceren over rekenwiskundige informatie en vraagstukken;
- effectieve beslissingen kan nemen op basis van berekeningen;
- een onderzoekende houding heeft ontwikkeld voor de betekenis van getallen in nieuwe situaties;
- een reflectieve houding heeft ontwikkeld om het eigen handelen te kunnen beoordelen op juistheid en effectiviteit;
- constructief kan samenwerken.

Ad 3. Competenties voor het zelfstandig verwerven van nieuwe informatie

De snelle ontwikkelingen in onze huidige kennismaatschappij doen een groot beroep op de flexibiliteit en het aanpassingsvermogen van elk individu. Dit betekent voortdurende bij- en nascholing, zowel formeel als informeel, ofwel *lifelong learning*. Scholing vraagt om een positieve en open attitude ten aanzien van ontwikkelingen en inzicht in eigen leervermogen en leervaardigheden. Het betekent ook kunnen samenwerken en leren van en aan elkaar in werksituaties.

In het onderwijs wordt veel aandacht besteed aan de eerste component en niet of minder aan de tweede en derde component. Waarschijnlijk wordt verondersteld dat leerlingen die laatste twee als vanzelf ontwikkelen in de *course of life*, terwijl deze juist de essentie vormen van de transfer van schoolse kennis en vaardigheden naar toepasbare bruikbare kennis en vaardigheden.

Het is een taak van het onderwijs om situaties te creëren waarin de hier genoemde componenten alle drie bewust worden ingebed. Dit is de basis voor het ontwikkelen van gecijferd gedrag en van een goede attitude voor *lifelong learning*. Tevens kan dit bijdragen aan verdere ontwikkeling van de samenleving.

Alleen door de hierboven genoemde drie componenten gezamenlijk in te bedden in het onderwijs kan een houding voor *lifelong learning* groeien. Het leren is na het verlaten van school of beroepsonderwijs niet afgerond.

Geciteerd naar Van Groenestijn (2010, pp. 16-18).

2.3 Uitgangspunten van dit protocol

De uitdaging voor het rekenonderwijs in het mbo is om studenten voor te bereiden op een (beroeps)leven dat eisen stelt aan hun gecijferdheid. Het rekenonderwijs zal hiertoe de juiste aansluiting zoeken bij de voorkennis van de studenten. Dit betekent rekening houden met wat zij al beheersen en aanbieden wat zij nog nodig hebben. In feite is dit niet anders dan bij andere vakken. Voor studenten die ernstige problemen ondervinden met (leren) rekenen vraagt dit wel specifieke ondersteuning en begeleiding. Vorm geven aan rekenonderwijs dat aan deze eisen tegemoetkomt, lukt meestal niet zonder specifieke aandacht en afspraken hierover. Het vraagt een duidelijke visie van de mbo-opleiding op rekenen, rekenonderwijs en het omgaan met rekenproblemen. Rekenen is een basisvaardigheid binnen veel andere vakken. Daarom kan niet worden aangenomen dat het

allemaal ‘vanzelf’ wel goed komt. Dit betekent dat in principe veel docenten in veel verschillende vakken in het mbo en de praktijkopleiders in de beroepspraktijkvorming te maken hebben met rekenen.

Aansluitend bij de visie zoals in paragraaf 2.1 is verwoord, baseren wij ons in dit protocol op de onderstaande uitgangspunten. Deze uitgangspunten werken wij verder uit in de volgende delen van dit boek.

- 1 Functionele gecijferdheid is de opbrengst van goed rekenonderwijs.
- 2 De ontwikkeling van rekenkennis en rekenvaardigheid stopt niet bij binnenkomst in het mbo.
- 3 Iedere student is anders en dit heeft consequenties bij leren rekenen.
- 4 Er is onderscheid tussen ernstige rekenproblemen en dyscalculie.
- 5 Docenten spelen in op gesignaleerde rekenproblemen door te differentiëren.
- 6 Onderzoekers diagnosticeren rekenzwakke studenten handelingsgericht.
- 7 Begeleiders van studenten met ernstige rekenproblemen of met dyscalculie werken resultaatgericht.

De eerste vier uitgangspunten typeren onze visie op ernstige rekenproblemen en dyscalculie. De uitgangspunten 5, 6 en 7 vormen de basis voor onze visie op het handelen in de praktijk.

• **Uitgangspunt 1: functionele gecijferdheid is de opbrengst van goed rekenonderwijs**

Rekenonderwijs is de kwalificatie ‘goed’ pas waardig, als het de studenten brengt tot functionele gecijferdheid. Wij beschreven in paragraaf 2.2 al wat wij onder dit begrip verstaan.

Buiten het onderwijs hebben getallen altijd betekenis en bestaan er geen ‘kale sommen’. Rekenen in het dagelijks leven is altijd ingebed in een functionele situatie. Rekenonderwijs heeft daarom tot hoofddoel het ontwikkelen van bruikbare (reken)kennis en -vaardigheden om daarmee optimaal te kunnen functioneren in de maatschappij. Goed kunnen rekenen is geen doel op zichzelf, maar een middel, een stuk gereedschap (zie ook Boekaerts & Simons, 1995). In het perspectief van ‘een leven lang leren’ en burgerschap zijn goede taal- en rekenvaardigheid kerncompetenties die hieraan aanzienlijk kunnen bijdragen (OECD, 2007). Daarom is een bepaald minimum van functionele gecijferdheid noodzakelijk. In Nederland is dat niveau vastgesteld op 2F, in aansluiting op Europese afspraken daarover (Council of Europe, 2001). Dit referentieniveau is ook de basis om verder te kunnen leren voor een beroep.

KERN Functionele gecijferdheid: geen dag zonder rekenen

Functionele gecijferdheid omvat meer dan technische rekenvaardigheid. Het gaat om het adequaat kunnen handelen en beslissingen nemen, op basis van getalsmatige informatie, in functionele, dagelijkse situaties. Dit kan veel vormen hebben, zoals blijkt uit de volgende voorbeelden:

- Het kunnen interpreteren van een vertrekstaat op een NS-station en dat omzetten in handelen: naar het juiste perron gaan en kunnen zien of je op tijd bent om die trein te halen.
- Herkennen of je genoeg wisselgeld terugkrijgt.
- Kunnen inschatten hoelang je doet over 10 km fietsen.
- Een recept kunnen aanpassen aan het aantal eters voor wie het gerecht bestemd is.

- Bij allerlei werkzaamheden in en om huis adequaat met de bijbehorende getallen en maten kunnen omgaan. *Hoeveel muurverf heb ik nodig voor deze kamer? Hoeveel schroeven heb ik nodig voor dit wandje? Past die loungeset op ons terras?*
- Voordelige aanbiedingen kunnen terugbrengen tot hun essentie, zoals 'elke vierde fles gratis' betekent '25% korting op de prijs van elke fles'.
- Inschatten of je genoeg MB geheugen vrij hebt op je telefoon of tablet om een app te downloaden.
- Je uitgaven kunnen afstemmen op je inkomsten en op de periode tot je volgende salaris op je bankrekening staat.

Bij functionele gecijferdheid handelt het steeds weer om situaties die vragen om het begrijpen en analyseren van, meestal getalsmatige, informatie. Dat is nodig om daaraan betekenis te kunnen verlenen en op basis daarvan te bepalen welke actie of berekening nodig is om het beoogde doel te bereiken. Bij dat alles zijn zowel het herkennen en benutten van de onderlinge samenhang als een hoog tempo belangrijk.

Bij functionele gecijferdheid hoort echter ook: je kennis en vaardigheden *durven* gebruiken en erop *durven* vertrouwen dat je getalsmatige informatie juist interpreteert. Soms betekent dat ook: die informatie herkennen als *dit is ook voor mij bedoeld, ik moet er wat mee*. In de praktijk leren mensen van hun eigen successen en fouten. Iemand zonder goede basis zal bij een foute beslissing al gauw tot de conclusie komen: *Zie je wel, ik snap/kan dat toch niet*. Hij raakt ontmoedigd (zie bijlage A). Voor studenten die ernstige problemen ondervinden met rekenen is het daarom van groot belang dat zij alles op alles te zetten om een zo stevig mogelijke basis van functionele gecijferdheid te verwerven. Alle betrokkenen (student en docenten) werken daaraan vanuit een gedeeld perspectief van functionele gecijferdheid. Dit vraagt dat zij ook ieder hun rol nemen om de student zo ver mogelijk te laten komen in zijn ontwikkeling.

- **Uitgangspunt 2: de ontwikkeling van rekenkennis en rekenvaardigheid stopt niet bij binnenkomst in het mbo**

De ontwikkeling van rekencompetenties is in het basisonderwijs in gang gezet en in het voorgezet onderwijs verder ontwikkeld. De student is gebaat bij continuïteit in en onderhoud van zijn rekenkennis en -vaardigheden.

Continuïteit betekent enerzijds het voortzetten van een ontwikkeling die nog niet is voltooid, anderzijds het doorgaan met een didactiek waaraan de studenten al gewend zijn. Onderhoud betekent dat reeds verworven kennis en vaardigheden op peil gehouden worden door deze regelmatig te gebruiken en toe te passen. Onderhoud kan ook betekenen dat er wat herstelwerk nodig is, doordat feiten of procedures zijn weggezaakt. Als blijkt dat een student de onderliggende concepten in het voortraject nooit goed heeft begrepen, is ook herstelwerk gewenst.

Goede rekenconcepten zijn een noodzakelijke voorwaarde voor het ontwikkelen en begrijpen van passende oplossingsprocedures. Onbegrepen procedures leiden tot fragmentarische kennis, inadequaat handelen, het niet benutten van verbanden en zelfs tot het ontwikkelen van misconcepten. Wanneer een student bepaalde procedures niet heeft begrepen, kan hij deze in nieuwe situaties niet opnieuw beredeneren en zo reconstrueren. Hij moet een groot beroep op zijn geheugen doen en dit leidt weer vaker tot fouten (zie ook Fosnot & Dolk, 2002; Dolk, 2005). Het kennen van verbanden, zoals eigenschappen van getallen en bewerkingen en hun onderlinge relaties, en het

ontwikkelen van netwerken van rekenkennis is essentieel om flexibel met nieuwe rekensituaties te kunnen omgaan.

KERN

Voorbeelden van nuttige verbanden

- Kennen én begrijpen van de relaties tussen maateenheden binnen het metriek stelsel en de betekenis van de gebruikte voorvoegsels (zoals kilo-, deci-, micro-, giga-) daarbij.
- Het met begrip kunnen inzetten van het systeem van rekenen met geld, zoals bij budgetteren en het omrekenen van vreemde valuta.
- Begrijpen en herkennen dat breuken, decimale getallen en procenten verhoudingsgetallen zijn en als zodanig met elkaar te maken hebben.
- Weten en begrijpen dat heel verschillende berekeningen dezelfde uitkomst kunnen hebben. Voorbeeld: $4 \times 125 = 2 \times 250 = \frac{1}{2} \times 1000 = \frac{1}{3} \times 1500 = \frac{2}{3}$ van 750.

Zoals al aangegeven in hoofdstuk 1, hebben we in het mbo te maken met verschillende groepen studenten. Studenten in de diverse opleidingen vertonen ook ten aanzien van hun rekenvaardigheid grote verschillen. In de mbo-niveaus 1 tot en met 3 zal het in de toekomst met name gaan om het onderhouden. Bovendien zal blijken dat veel studenten de basis van rekenen onvoldoende beheersen. Daarom is het van belang dat zij hun rekenkennis- en vaardigheden in stand houden en verder ontwikkelen. Uiteindelijk is het doel het niveau te behouden dan wel te brengen tot Referentieniveau 2F.

Studenten op mbo-niveau 4 moeten hun rekenkennis ontwikkelen tot Referentieniveau 3F. Daarvoor is in veel gevallen uitbreiding van kennis en vaardigheden nodig. Ook hier is een goede conceptontwikkeling van belang. Juist deze studenten moeten met inzicht te werk gaan en mogen geen genoegen nemen met 'trucs'.

• **Uitgangspunt 3: iedere student is anders en dit heeft consequenties bij leren rekenen**

Het feit dat er verschillen bestaan tussen studenten betekent onder meer dat iedere student de rekendoelen op zijn eigen manier en in zijn eigen tempo bereikt, ook al hebben zij dezelfde rekenmethode gevolgd.

Tussen studenten die het mbo binnenkomen kunnen wat betreft hun rekenontwikkeling grote verschillen bestaan. Deze verschillen kunnen oplopen tot wel enkele jaren. Het kan helpen om vanuit diverse opleidingen homogene rekgroepen samen te stellen. Desondanks blijven in deze groepen vaak toch verschillen in rekenontwikkeling bestaan.

Er zijn studenten die de basisbewerkingen nog onvoldoende beheersen en meer tijd nodig hebben om zich de complexe leerstof van de bovenbouw basisonderwijs eigen te maken (breuken, decimale getallen, procenten, metriek stelsel en complexe bewerkingen). Onder deze studenten bevinden zich ook studenten die ernstige problemen ondervinden bij het (leren) rekenen. Dit vraagt afstemming van het onderwijs en extra begeleiding op hun specifieke onderwijsbehoeften.

KERN Struikelblokken bij het leren rekenen

- *not* uitvoeren van de basisbewerkingen (+, −, x, :);
- direct herkennen wat de essentie is van een rekenopdracht en welke aanpak daarbij past;
- begrip van en vaardigheid met breuken, decimale getallen en procenten;
- herkennen en benutten van de samenhang tussen breuken, decimale getallen en procenten;
- kennis van en vaardigheid met het toepassen van het metriek stelsel;
- efficiënt en met begrip complexe bewerkingen kunnen uitvoeren.

Het centraal examen rekenen is vanaf 2013/2014 (niveau 4) of vanaf 2014/2015 (niveau 2 en 3) verplicht en onderdeel van de uitslagregel. Juist hierom is het van belang tijdig de individuele ontwikkeling van studenten te kennen en daarop in te spelen. Sommige studenten hebben meer tijd en/of andere instructie nodig om zich bepaalde concepten en procedures eigen te maken dan andere studenten.

Zelfs binnen ‘homogene’ rekgroepen zijn er toch nog studenten die gebaat zijn bij specifiek op hen afgestemde instructie en oefening. Dat vraagt van docenten dat zij in hun rekenlessen oog hebben voor die individuele verschillen binnen de groep. Deze afstemming op specifieke onderwijsbehoeften binnen de groep heet *interne differentiatie*.

- **Uitgangspunt 4: er is onderscheid tussen ernstige rekenproblemen en dyscalculie**

Het onderscheid tussen ernstige rekenproblemen en dyscalculie wordt bepaald door de hardnekkigheid van de problemen. Hardnekkigheid betekent dat de bevorderende invloed van de onderwijskenmerken na een half jaar nog steeds onvoldoende blijkt te zijn.

Bij ernstige rekenproblemen en dyscalculie spelen enerzijds onderwijskenmerken en anderzijds de kenmerken van de student een rol. Onder onderwijskenmerken verstaan wij de specifieke factoren vanuit het onderwijs die van invloed zijn op de rekenontwikkeling van de student, zoals de rol van de docent, de gebruikte methode enzovoort. Studentkenmerken zijn sociaal-emotionele en cognitieve factoren die de rekenontwikkeling van een student positief of negatief beïnvloeden. Bij dyscalculie heeft de deskundige begeleiding van de student – zorgvuldig afgestemd op zijn individuele onderwijsbehoeften – de invloed van studentkenmerken die de ontwikkeling van het rekenen belemmeren, onvoldoende kunnen verminderen. Dit sluit echter niet uit dat er – soms pas op latere leeftijd of binnen een specifieke betekenisvolle context – nog verdere ontwikkeling kan plaatsvinden.

KERN Onderscheid tussen ernstige rekenproblemen en dyscalculie

Ernstige rekenproblemen kunnen ontstaan als er gedurende langere tijd onvoldoende afstemming wordt gerealiseerd tussen het (reken)onderwijs en de onderwijsbehoeften van de student. De kenmerken van het onderwijs sluiten dan niet aan bij de (aangeboren en verworven) kenmerken van de student.

Wij spreken van *dyscalculie* als ernstige rekenproblemen ondanks langdurige deskundige begeleiding en zorgvuldige (pogingen tot) afstemming *hardnekkig* blijken en onveranderd blijven bestaan. De kenmerken van de student blijven dan vooral nog dominant.

Bij ernstige rekenproblemen zal het rekenonderwijs steeds zorgvuldig afgestemd moeten worden op de (reken)ontwikkeling van de student. Naarmate de rekenproblemen ernstiger van aard worden, moeten de aandacht en begeleiding intensiever worden.

Het is van belang om het etiket 'dyscalculie' zo min mogelijk te gebruiken, al was het maar doordat deze kwalificatie ernstige maatschappelijke gevolgen heeft voor de betrokken student.

In de dagelijkse lespraktijk is de grens tussen ernstige rekenproblemen en dyscalculie moeilijk te trekken. Daarvoor is dan (extern) psychodiagnostisch onderzoek nodig, gevolgd door een periode van intensieve, deskundige begeleiding. Pas daarna kan – bij uitblijvend effect – indien nodig een dyscalculieverklaring worden verleend. Dit gebeurt bij voorkeur al niet meer in de bovenbouw van het voortgezet onderwijs en dus ook niet in het mbo. Zie hiervoor deel 5 van dit protocol.

KERN

Waarneembare verschijnselen bij dyscalculie

- Er is een grote discrepantie tussen de ontwikkeling van de student in het algemeen en zijn rekenontwikkeling.
- De achterstand is hardnekkig. De student laat – ondanks gerichte deskundige begeleiding – bijna geen vooruitgang zien. Dit is vastgesteld op grond van zowel een kwalitatieve als een kwantitatieve analyse van de leerresultaten van de student.
- De problemen zijn ontstaan vanaf het verwerven van de basisvaardigheden in het domein getallen en beïnvloeden ook de ontwikkeling op het domein verhoudingen en het domein meten en meetkunde (inclusief de leerstoflijnen tijd en geld).

KERN

Consequenties van dyscalculie

- Zowel bij generiek rekenen als in beroepsgerichte vakken is gebrek aan basale rekenvaardigheid een handicap.
- Gedurende de hele schoolloopbaan én in het maatschappelijk verkeer blijft die beperkte rekenvaardigheid storend, vanwege het praktische ongemak en door de sociaal-emotionele gevolgen.
- Problemen met de basisvaardigheden blijven ook op latere leeftijd bestaan en daarmee de invloed op beroepsperspectieven en maatschappelijke redzaamheid eveneens.
- Sommige (vervolg)beroepsopleidingen zijn geblokkeerd en bepaalde beroepen zijn uitgesloten.

• **Uitgangspunt 5: docenten spelen in op gesignaleerde rekenproblemen door te differentiëren**

Differentiëren in lessen betekent rekening houden met verschillen tussen studenten door aanpassen in de instructie, in de opdrachten en in de begeleiding van studenten. Dat is in het mbo niet algemeen gebruikelijk.

De manier van lesgeven komt in veel gevallen voort uit (al dan niet bewuste) opvattingen van docenten over hoe leren gaat (zie bijlage A).

Verwacht mag worden dat studenten die ernstige (en hardnekkige) rekenproblemen ervaren, al in het basisonderwijs of voortgezet onderwijs zijn gesignaleerd en gediagnosticeerd. Een goede intake bij aanmelding voor het mbo kan in zulke gevallen waardevolle informatie opleveren.

Het komt echter ook voor dat dergelijke problemen pas in het mbo werkelijk zichtbaar worden. In dit geval is het nodig om direct te signaleren en adequaat te handelen: dit verkleint de kans op negatieve gevolgen voor een succesvolle schoolloopbaan.

Dit vraagt van het beleid van de mbo-opleiding dat er voldoende condities zijn die snel signaleren mogelijk maken. Tijdige en adequate signalering kan door:

- het herkennen van mogelijke risico's in de voorgeschiedenis van een student;
- het organiseren van een nulmeting;
- het analyseren van de resultaten van zowel intake als nulmeting;
- het voorstellen van passende begeleiding;
- het bevorderen van de deskundigheid van docenten om zowel een analyse als het maken van een begeleidingopzet mogelijk te maken.

(Reken)docenten kunnen alleen verantwoord differentiëren in hun lessen als zij verschillen tussen studenten (her)kennen. Dit vraagt om een manier van lesgeven waarbij het (reken)gedrag van de studenten leidraad is voor de interventies van met name de rekendocent. Deze kan zijn instructie en werkvormen beter afstemmen op wat de studenten nodig hebben door:

- het analyseren en interpreteren van resultaten;
- het aansluitend daarop voeren van korte rekengesprekken in de groep;
- het observeren van de aanpak van studenten.

De rekendocent zal hierbij extra aandacht schenken aan de resultaten (onder andere van tussentijdse toetsen) van studenten bij wie al rekenproblemen – of grote risico's op het ontstaan daarvan – zijn gesignaleerd.

Deze wijze van werken is met name van belang in groepen waarvan bekend is dat er veel rekenzwakke studenten zijn. Denk hierbij bijvoorbeeld aan de welzijnsopleidingen. Ook in vergelijkbare situaties in andere opleidingen blijft het van belang dat (reken)docenten tijdens hun lessen differentiëren.

De verderop in dit protocol beschreven 'Hoofdlijnen bij leren rekenen' en de twee modellen (Handelingsmodel en Drieslagmodel) zijn essentiële hulpmiddelen om de differentiatie doelgericht op de studenten af te stemmen. Zie verder deel 2 en deel 3 van dit protocol.

• **Uitgangspunt 6: onderzoekers diagnosticeren rekenzwakke studenten handelingsgericht**
 Handelingsgerichte diagnostiek (HGD) is erop gericht aanknopingspunten voor de begeleiding van de student te genereren. Dit geldt zowel voor diagnostische rekenonderzoeken als voor psychodiagnostische onderzoeken.

HGD biedt een systematische aanpak voor diagnostisch rekenonderzoek, maar is tegelijk gericht op het opsporen van aanknopingspunten voor effectieve begeleiding op school. Hierdoor onderscheidt HGD zich van hypothesetoetsende diagnostiek. Deze beperkt zich namelijk tot het vaststellen of een hypothese over de rekenproblemen al dan niet moet worden verworpen. HGD onderscheidt zich ook van classificerende diagnostiek, die alleen gericht is op het al dan niet toekennen van een label 'dyscalculie'.

Diagnostisch rekenonderzoek kan door de rekenspecialist van een mbo-opleiding worden uitgevoerd. Het heeft als doel te achterhalen welke concepten, inzichten, kennis van rekenfeiten en van rekenprocedures en vaardigheden een student heeft. Het is niet gestandaardiseerd, maar interactief en adaptief. Hierdoor heeft de student de gelegenheid vooral te laten zien en horen wat hij al kan en weet en hoe hij dat beleeft. Hierop kan de begeleiding dan later aansluiten door middel van een individueel handelingsplan.

Als dit rekenonderzoek indicaties oplevert voor andere belemmerende factoren dan beperkte kennis, vaardigheden en inzichten, kan dit aanleiding zijn door te verwijzen naar een gedragswetenschapper voor een *psychodiagnostisch onderzoek* (zie voor bekwaamheidscriteria paragraaf 19.5). Het resultaat van zo'n psychodiagnostisch onderzoek bestaat uit handelingsgerichte adviezen. Deze adviezen kunnen worden vertaald naar gerichte begeleiding, bijvoorbeeld met behulp van een individueel handelingsplan voor de student. Dit plan kan daardoor betrekking hebben op zowel het leren rekenen als ook op andere aspecten (Van Luit, Bloemert, Ganzinga & Mönch, 2012).

- ***Uitgangspunt 7: begeleiders van studenten met ernstige rekenproblemen of met dyscalculie werken resultaatgericht***

Begeleiders werken op basis van de diagnose naar concrete doelen, zoals die in individuele handelingsplannen staan aangegeven. Hierdoor is de student in zijn werk gericht op het behalen van concrete en haalbare opbrengsten.

Het toewerken naar haalbare resultaten heeft een belangrijke motiverende functie voor de betrokken student. Het is evident dat begeleiding bij ernstige (en hardnekkige) rekenproblemen nodig is en blijft, ook al is de vooruitgang beperkt. Het streven blijft om de ontwikkeling van rekenvaardigheid verder te vergroten en te versterken. De rekenspecialist zal daartoe gebruik maken van de (eigen) bevindingen uit het diagnostisch rekenonderzoek en, indien van toepassing, de aanbevelingen vanuit het psychodiagnostisch onderzoek.

De begeleiding van de student zal dan zijn gericht op het onderhouden en het – zo mogelijk – verder ontwikkelen van reeds verworven kennis en vaardigheden. Daarnaast is de redzaamheid in concrete situaties bij andere vakken en buiten de school een belangrijk begeleidingsdoel.

In alle gevallen is het noodzakelijk dat de begeleiding zich richt op herkenbare resultaten, zowel voor de begeleider als voor de student zelf. Op basis van deze resultaten kan de begeleiding worden geëvalueerd. Dit kan leiden tot continuering of bijstelling .

Naast de begeleiding van de student is voorzien in ondersteuning van degenen die de begeleiding uitvoeren. De rekenspecialist biedt deze ondersteuning in de eerste plaats aan de rekendocent. Indien wenselijk kan hij ook de studieloopbaanbegeleider van de betreffende student hierbij betrekken. Zie verder deel 4 van dit protocol.

3 Rekenbeleid

In dit hoofdstuk geven wij aan welke beleidskeuzes in het perspectief van dit protocol aan de orde (kunnen) zijn. Tevens geven wij mogelijkheden aan om deze keuzes vorm en inhoud te geven.

Het *Protocol ERWD₃* gaat met name over studenten met ernstige rekenproblemen en studenten bij wie deze problemen dusdanig hardnekkig zijn gebleken dat sprake is van dyscalculie.



3.1 Omgaan met onvoldoende rekenprestaties

Een mbo-opleiding die vorm en inhoud wil geven aan dit protocol, zal het rekenonderwijs zo organiseren dat zij aan de onderwijsbehoeften van deze studenten tegemoet kan komen. Wat in de praktijk 'tegemeet komen' kan betekenen, lichten wij nu eerst toe. Het feit dat er studenten zijn voor wie leren rekenen een zware opgave is, kan een docent op verschillende manieren benaderen.

- 1 Wie alleen op de resultaten afgaat kan veel onvoldoendes zien als een teken dat een student zich meer moet inspannen. De docent zal deze student aansporen beter zijn best te doen. Dit zal de docent doen 'in het belang van de student'.
- 2 Wie onvoldoendes ziet als een signaal dat (de hoeveelheid en/of de vorm van) de stof niet aansluit bij wat de student aankan, zal proberen te variëren in de hoeveelheid (oefen)stof (bijvoorbeeld door het geven van extra huiswerk) of in de vorm van de opgaven (bijvoorbeeld niet op papier laten oefenen, maar op de computer). Hiervoor kiest men 'in het belang van de student'.
- 3 Wie onvoldoendes ziet als het gevolg van een *mismatch* tussen de acties van de docent en de onderwijsbehoeften van de student, zal op zoek gaan naar andere manieren van uitleggen en oefenen, die beter bij die behoeften aansluiten. Ook hiervoor kiest men 'in het belang van de student'.

In al deze gevallen komen docenten tegemoet aan wat zij zien als het belang van de student. De manier van *attribueren* (toeschrijven aan een oorzaak) is heel verschillend, de oplossingen daardoor ook. Het effect hiervan op de student kan eveneens verschillen. Bij het vorm en inhoud geven aan rekenbeleid is het van belang na te gaan welke opvatting op dit moment bij docenten leidend is. Vanuit het perspectief van dit protocol is het wenselijk dat de derde optie uitgangspunt is voor het opleidingsbeleid. Dat kan betekenen dat het opleidingsmanagement met de betrokken docenten nagaat welke consequenties deze derde keuze heeft voor manieren van lesgeven en omgaan met studenten die rekenzwak zijn, dan wel ernstige (en zelfs hardnekkige) rekenproblemen ervaren.

3.2 Functionaliteit van het rekenonderwijs

Bij de invulling van rekenonderwijs is het van groot belang de studenten te laten ervaren wat voor hen persoonlijk de betekenis van rekentaalvaardigheid is. Wij citeren met instemming wat daarover in een eerdere publicatie voor het mbo werd opgemerkt.

KERN

'De Drieslag Functioneel Rekenen'

In beroepsopleidingen gaat het om het aanleren, gebruiken en onderhouden van functioneel rekenen. Bij functioneel rekenen moet altijd worden gestreefd naar een verbinding tussen rekenen en de wereld van de mbo-deelnemer. Daarbij staat de beroepsopleiding centraal. Om het rekenniveau te verstevigen zal de mbo-deelnemer rekenen gaan zien als een vanzelfsprekend onderdeel van beroep en burgerschap. Daarom is het belangrijk om in alle prestaties, vaklessen, opdrachten en de beroepspraktijkvorming daar waar mogelijk aandacht te besteden aan rekenen. Een goede interactie tussen docent (vakdocent, docent rekenen) en deelnemer is daarbij van belang. Docenten kunnen via instructie, interactie en reflectie met de deelnemers het rekenniveau verhogen en vervolgens consolideren. Daarnaast speelt de docent een cruciale rol bij het wegnemen van eventuele negatieve gevoelens over rekenen bij de deelnemers. Voor het verhogen van het rekenniveau is vertrouwen in de eigen mogelijkheden een noodzakelijke voorwaarde. Dat vertrouwen verkrijgt een deelnemer niet alleen door oefening of werken aan rekenen in

digitale systemen; de inbreng van een in rekenen en rekendidactiek bekwame docent is hierbij van groot belang.

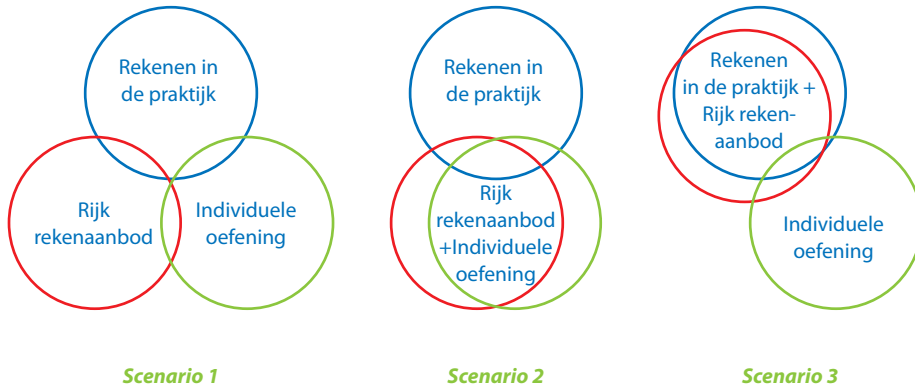
Naast het opbouwen van vertrouwen in het eigen kunnen is ook het ophalen en onderhouden van al aanwezige rekenkennis en rekervaardigheden belangrijk. Zo verdient het automatiseren van basisfeiten en -procedures voortdurend aandacht evenals het kritisch gebruik van de rekenmachine. Dat hoeft overigens niet te betekenen dat dit geïsoleerd van het functioneel rekenen gebeurt. Bij voorkeur wordt alles in samenhang gedaan.

Geciteerd naar Steunpunt Taal & Rekenen (n.d.).

3.3 Scenario's op basis van de Drieslag Functioneel Rekenen

Bij het vormgeven van het rekenonderwijs in mbo-opleidingen kan gebruik worden gemaakt van de 'Drieslag Functioneel Rekenen'. Deze Drieslag voor functioneel rekenen kent, zoals de naam al doet vermoeden, drie invalshoeken om met rekenen bezig te zijn.

- *Rekenen in de praktijk*: aandacht besteden aan rekenen zoals dat geïntegreerd is in de (beroepsgerichte) vakken, in de competentiegerichte opdrachten en in de beroepspraktijkvorming.
- *Rekenen in lessen*: werken met rijke rekenopdrachten in lessen of workshops.
- *Rekenen individueel*: persoonlijke, individuele oefening en ondersteuning op maat bieden (inclusief remediëring).



Afbeelding 3.1 Scenario's op basis van de Drieslag Functioneel Rekenen (Steunpunt Taal & Rekenen, n.d.)

Elk van deze scenario's van rekenonderwijs is gebaseerd op keuzes die de opleiding maakt op grond van de onderwijsvisie. Die visie is niet altijd zo expliciet, vaak is er een zekere gewoontevorming. In het licht van zowel de referentieniveaus en de daarmee verbonden rekenexamens, als van de zorg voor studenten met ernstige rekenproblemen of dyscalculie (die in dit protocol centraal staan), is een herijking van de visie van de opleiding aan te bevelen. Hierbij gaat het zowel om de plek van rekenonderwijs binnen de opleiding(en) als om de verantwoordelijkheid van docenten ten opzichte van studenten die niet genoeg hebben aan standaardrekenlessen. Zonder bewust genomen maatregelen ten behoeve van deze studenten zullen niet al deze scenario's tegemoet komen aan hun behoeften.

¹ Niet te verwarren met het Drieslagmodel voor probleemoplossend handelen dat in de protocollen ERWD wordt geïntroduceerd.

3.4 Organisatie

De keuze voor een manier van organiseren van de rekenlessen hangt nauw samen met de visie op rekenonderwijs. Vanuit welk beeld formuleert men de noodzaak om aparte rekenlessen te plannen en inhoud te geven? Hoe kan rekenen georganiseerd worden in de beroepsgerichte vakken? Hoe kan het geïntegreerd worden in de beroepspraktijkvorming?

Bij het ontwikkelen van een visie op het rekenonderwijs zal men met een aantal zaken rekening moeten houden:

- Gaat het om een bol-opleiding of een bbl-opleiding?
- Welke mogelijkheden zijn er voor remedial teaching?
- Zijn er geschikte rekendocenten?
- Zijn er veel of weinig studenten met rekenachterstanden?
- Welke leermiddelen worden ingezet en sluiten die aan bij de visie op rekenonderwijs?

In elk geval zal men op alle niveaus rekening willen houden met studenten die voor het vak rekenen uitvallen, hoewel ze verder wat betreft mogelijkheden en resultaten prima passen binnen de betreffende opleiding. Dat vraagt van de organisatie concrete mogelijkheden om specifieke deskundigheid in te zetten op de momenten dat deze studenten rekenonderwijs krijgen.

De eerste lijn van het rekenonderwijs bestaat in de eerste plaats uit rekenlessen die worden gegeven door rekendocenten, in de tweede plaats uit beroepsgerichte lessen waarin rekenaspecten een rol spelen en in de derde plaats de beroepspraktijkvorming waarin de praktijkopleider de student de toepassing van rekenvaardigheid in de praktijk laat ervaren. De ondersteunende deskundigheid van collega's in de rollen van studieloopbaanbegeleider, praktijkbegeleider en rekendocent is te beschouwen als de te organiseren ondersteuning bij deze eerste lijn.

In de tweede lijn kunnen een rekenspecialist en een gedragsdeskundige ondersteuning bieden. Die tweede lijn beoogt deelname aan het (reken)onderwijs voor zoveel mogelijk studenten te faciliteren.

In de derde lijn kan een gedragswetenschapper betrokken worden om nadere (handelingsgerichte) diagnostiek te doen. Deze derde lijn komt pas in actie als er sprake blijft van afstemmingsverlegenheid bij ernstige rekenproblemen of als er sprake lijkt van andere problematiek die van invloed is op de ontwikkeling van de student. Zie voor een overzicht van functies en rollen hoofdstuk 4, afbeelding 4.1.

3.5 Deskundigheid

Rekendocenten hebben zelf rekenvaardigheid, weten wat essenties ('cruciale leermomenten') zijn binnen de verschillende domeinen voor rekenen. Zij zijn goed op de hoogte van specifieke rekenaldidactiek, zodat zij weten hoe zij de studenten die 'cruciale leermomenten' kunnen laten ervaren. Tegelijk wordt verwacht dat zij studenten (kunnen) signaleren die meer nodig hebben dan de standaardinstructie. Dit geldt trouwens niet alleen voor rekendocenten, maar ook voor docenten die rekenvaardigheden binnen de beroepsgerichte vakken benutten.

Naast deze inhoudelijke en vakdidactische deskundigheid is het ook nodig dat docenten tijdens de les kunnen inspelen op verschillen tussen studenten (*differentiëren*). Dit is niet voor elke docent in het mbo vanzelfsprekend. Dit is dan ook een aandachtspunt als een mbo-opleiding kiest voor rekenlessen die aansluiten bij wat de studenten voor hun rekenontwikkeling nodig hebben. In het

verlengde van deze differentiatie is het nodig dat rekendocenten de vaardigheid bezitten om 'reken gesprekken' te voeren. Dergelijke korte gesprekken tijdens de les helpen de docent zijn lessen daadwerkelijk af te stemmen op wat studenten nodig hebben, vooral als er sprake is van (ernstige) rekenproblemen.

In de tweede lijn is deskundigheid nodig om de inzet van de ondersteuning te coördineren en indien nodig bij te sturen. Daarnaast heeft een mbo-instelling een of meer rekenspecialisten nodig om met een diagnostisch rekenonderzoek specifieke knelpunten in de rekenkennis, -vaardigheden en -inzichten bij studenten op te sporen. Op basis hiervan moeten zij in staat zijn de rekendocenten te adviseren over hun aanpak in de rekenles. Bovendien zullen zij vanuit hun deskundigheid de rekendocenten in staat moeten stellen studenten met ernstige rekenproblemen of met dyscalculie te begeleiden.

Waar deze deskundigheid nog niet voldoende aanwezig is, zal deze via scholing of via (tijdelijke) externe inzet worden aangevuld.

In de derde lijn kan de expertise van een gedragswetenschapper in de rol van diagnosticus soms nodig zijn. Een psychodiagnostisch onderzoek kan aanknopingspunten voor begeleiding achterhalen, zoals indirecte factoren die het uitvoeren van rekentaken mogelijk belemmeren.

3.6 Samenwerking

Het adequaat begeleiden van studenten met ernstige rekenproblemen of dyscalculie stelt hoge eisen aan de onderlinge afstemming tussen docenten die ermee te maken hebben. Zo moeten beroepsgerichte vakdocenten op de hoogte zijn van de aanpak die de mbo-opleiding voorstaat bij deze studenten. Zij moeten inzicht hebben in de individuele afstemmingsafspraken die voor deze studenten gelden. Het is noodzakelijk dat zij aan deze studenten eisen stellen en van hen een werkwijze verwachten die overeenstemmen met de in rekenlessen gemaakte afspraken. Doel daarvan is om bij de studenten zo min mogelijk ruis en onzekerheid te veroorzaken. Eenduidigheid is een van de manieren om dit te bevorderen.

Ook is afstemming nodig tussen wat de docent in rekenlessen doet en wat de begeleidende collega's in de tweede lijn bijdragen. Er moet zowel wat betreft de timing als wat betreft de praktische uitwerking aansluiting zijn tussen hun activiteiten. Groepslessen, lesmomenten in subgroepen en individuele begeleiding moeten een samenhangend pakket vormen. Hiervoor is soms fysieke ruimte nodig (bijvoorbeeld een rustige plek om ongestoord met een of meer studenten te kunnen werken), is afstemming van roosters gewenst en is inzet van de juiste deskundigen vereist. Dit vraagt een vorm van samenwerking binnen een mbo-opleiding (eventueel zelfs opleidingsoverstijgend), waarbij het belang en de onderwijsbehoeften van de studenten met ernstige rekenproblemen of met dyscalculie uitgangspunt zijn.

In het kader van samenwerking is het zaak dat de overdracht van informatie vanuit de toeleverende scholen voor voortgezet onderwijs goed is geregeld. Niet alleen dat de gewenste informatie wordt verstrekt, maar ook dat er in de opleiding iets met die informatie wordt gedaan. Het gaat erom dat elke mbo-opleiding de gewenste informatie binnenkrijgt en dat zij die informatie gebruikt. Dit geldt in het bijzonder wanneer de toeleverende school voor voortgezet onderwijs aangeeft dat er sprake is van ernstige rekenproblemen of zelfs van dyscalculie. Er zijn heldere procedures, gecoör-

dineerde actie, gedeelde verantwoordelijkheid en een vanzelfsprekende samenwerking nodig om de eigen organisatie direct te laten inspelen op dergelijke signalen.

3.7 Informatievoorziening

Zodra bekend is dat een student kampt met ernstige rekenproblemen, is het nodig dat de mbo-opleiding de student (en eventueel de ouders/verzorgers) duidelijkheid verschaft over de gang van zaken op de opleiding. Zij moeten weten wie welke acties onderneemt, wanneer en met welk doel.

Heldere en tijdige informatie kan daarbij doorslaggevend zijn. De mbo-opleiding kan bijvoorbeeld aannemelijk maken dat niet het slagingspercentage (schoolbelang), maar de onderwijsbehoeften (belang van de student) voorop staan.

Ook de student is gebaat bij grote duidelijkheid. Hoe hard de opleiding zich ook inspant, de student zal zelf het echte werk moeten doen. De student moet zichzelf actief willen inzetten, maar wel in het vertrouwen dat hij kan rekenen op ondersteuning en begeleiding vanuit de mbo-opleiding.

3.8 Ten slotte

Een mbo-opleiding heeft de verantwoordelijkheid tegemoet te komen aan de onderwijsbehoeften van studenten met ernstige rekenproblemen of dyscalculie. Daartoe schept zij condities die betrekking hebben op:

- de manier waarop rekenonderwijs is georganiseerd, inclusief alle vormen van ondersteuning en begeleiding;
- de deskundigheid van degenen die een rol spelen bij het geven van rekenonderwijs en de begeleiding van (individuele) studenten;
- de wijze van samenwerking tussen betrokkenen, inclusief de studenten (en eventueel hun ouders/verzorgers).

Het succes van het rekenbeleid van een mbo-opleiding wordt bepaald door de mate waarin zij slaagt het rekenonderwijs adequaat en structureel af te stemmen op de onderwijsbehoeften van de doelgroep rekenzwakke studenten.

4 **Checklist rekenen**

In dit hoofdstuk benoemen wij aandachtspunten bij het vorm en inhoud geven aan een school- of afdelingsspecifiek rekenbeleid. Gezien het doel van dit protocol leggen wij een verbinding tussen rekenbeleid en ondersteuningsbeleid.

Met deze lijst aandachtspunten kan elke instelling of opleiding nagaan welke punten al zijn gerealiseerd en welke punten moeten worden omgezet in actiepunten. Op basis daarvan kan dan indien nodig een prioriteitsvolgorde worden bepaald. Deze lijst is als download beschikbaar op de website www.nvorwo.nl.



4.1 Rekenbeleid

- De mbo-instelling heeft in haar instellingsbeleid een visie vastgelegd op rekenonderwijs en de wijze waarop het rekenen wordt ingevuld, georganiseerd en ondersteund (zie hoofdstuk 3).
- De mbo-instelling heeft deze visie vertaald in doelstellingen die zij wil bereiken met studenten in de verschillende opleidingen. Daarbinnen is aangegeven wat het behalen van deze doelen betekent voor studenten die ernstige (en hardnekkige) rekenproblemen ervaren (inclusief studenten die in het bezit zijn van een dyscalculieverklaring).
- De opleiding heeft de plaats van rekenen in het curriculum vastgesteld. De wijze van inrichting en van ondersteuning is bepaald.
- De verantwoordelijkheid voor de uitvoering van het totale rekenbeleid (inclusief ondersteuningsbeleid) berust bij de directie.
- De mbo-instelling heeft bepaald op welke wijze zij het rekenbeleid opneemt in haar beleidscyclus. Dit houdt in dat de doelstellingen periodiek worden geëvalueerd en de uitvoering indien nodig wordt bijgesteld.

4.2 Inhoud van het rekenonderwijs

- Het programma van de opleiding sluit aan op de leerstoflijnen en de rekendidactiek die de studenten kennen uit hun eerdere opleidingen.
- De doorlopende leerstoflijnen rekenen zijn voor de verschillende opleidingen concreet uitgewerkt in een curriculum voor rekenen, met inachtneming van de betreffende referentieniveaus (respectievelijk 2F en 3F).
- De opleiding heeft het 'rekenen in de beroepsgerichte vakken' en het curriculum voor het generieke rekenen op elkaar afgestemd.
- De opleiding hanteert een eenduidige rekendidactiek bij rekenlessen en/of rekenen in de beroepsgerichte vakken en/of rekenen in de beroepspraktijkvorming.
- De opleiding stemt het onderwijsaanbod voor rekenen af op de (specifieke) onderwijsbehoeften van de rekenzwakke studenten.

4.3 Inrichting van het rekenonderwijs

- Elke opleiding heeft bepaald op welke wijze zij het generieke rekenonderwijs inricht en voor welke cursusjaren zij dit doet. Zij stelt daarbij vast hoeveel tijd per leerjaar zij aan het generieke rekenonderwijs besteedt en hoe de continuïteit over de leerjaren wordt gewaarborgd. Bovendien stelt elke opleiding vast hoe het rekenonderwijs efficiënt en effectief kan worden georganiseerd, gelet op de verschillende behoeften van studenten.

- Elke opleiding heeft bepaald op welke wijze zij het rekenonderwijs inricht voor studenten die niet genoeg hebben aan het algemene onderwijsprogramma voor de generieke rekenlessen. Zij heeft daarbij vastgesteld hoeveel tijd per cursusjaar zij aan dit rekenonderwijs besteedt, als aanvulling op dat rekenonderwijs.
- De mbo-instelling heeft intern een deskundig ondersteuningsteam voor het vakgebied rekenen.
- De mbo-instelling participeert in een samenwerkingsverband van scholen. Dit verband kan de participerende scholen ondersteunen op het gebied van rekenen, bijvoorbeeld door het uitwisselen van ervaringen, het bundelen van expertise of het vormen van een lerend netwerk van rekendocenten.
- De opleiding heeft maatregelen getroffen om een effectieve taakverdeling en een structurele inroostering van de verantwoordelijke docenten (bijvoorbeeld de studieloopbaanbegeleider, de rekendocent en de rekenspecialist) te realiseren.
- De opleiding heeft een interne procedure en een instrument voor het volgen van de vorderingen van (rekenzwakke) studenten.
- De leden van het ondersteuningsteam zijn toegerust om effectief in actie te komen bij (ernstige) rekenproblemen. Er is grondige kennis van rekendidactiek en (didactische) diagnostiek binnen het ondersteuningsteam aanwezig.

4.4 Bekwaamheid rekenen en rekendidactiek

Zie voor toelichting de paragrafen 14.3 en 14.4 in deel 4.

- De mbo-instelling/-afdeling heeft zowel de beschikbare als de gewenste rekendeskundigheid van de docenten in kaart gebracht. Zij heeft beleid ontwikkeld om de deskundigheid van docenten op peil te houden en verder te ontwikkelen.
- De mbo-instelling heeft zowel de beschikbare als de wenselijke deskundigheid voor ondersteuning van studenten in de begeleidingscategorieën 1, 2 en 3 in kaart gebracht. Zij heeft beleid ontwikkeld om de deskundigheid op peil te brengen en te houden en indien nodig verder te ontwikkelen.

4.5 Documentaire informatievoorziening over rekenen

- De mbo-instelling heeft een interne procedure voor het verzamelen, het beheren, het toegankelijk maken en het tijdig beschikbaar stellen van informatie uit het studentvolgsysteem.
- De mbo-instelling beschikt over een up-to-date digitaal studentvolgsysteem waarin studentdossiers van alle studenten zijn opgenomen.
- De mbo-instelling heeft in een procedure beschreven wie (in welke rol of functie) welke gegevens vastlegt in het studentvolgsysteem en wanneer hij dit doet. Hierin staat ook wie voor

welke handelingen (lezen en/of schrijven) is geautoriseerd. Deze procedure omvat ook de verantwoordelijkheid van betrokkenen om deze gegevens te lezen en te benutten.

- Afhankelijk van de autorisaties voeren docenten en andere betrokkenen gegevens van studenten in. Zij vermelden daarbij bijzonderheden in de rekenontwikkeling van individuele studenten. Indien nodig beschrijven zij de uitgevoerde interventies.
- Bij uitstroom naar een andere opleiding (mbo of hbo) verstrekt de school aan elke student in begeleidingscategorie 2 of 3 een document (uitstroomrapportage) met relevante informatie over zijn vorderingen en begeleiding. Deze informatie is gebaseerd op zijn studentdossier en is uitgewerkt conform de daarvoor geldende regels en/of afspraken. Zo nodig licht de studieloopbaanbegeleider dit document bij de vervolgopleiding toe, in afschrift aan of in aanwezigheid van de student.

4.6 Communicatie bij (ernstige) rekenproblemen en/of dyscalculie

- De mbo-instelling heeft heldere afspraken gemaakt over de interne communicatie met betrekking tot documentatie en overdracht van informatie en ervaringen naar allen die binnen de opleidingen betrokken zijn bij rekenen.
- De mbo-instelling of de opleiding heeft vastgelegd hoe de interne communicatie verloopt tussen allen die binnen de opleidingen betrokken zijn bij rekenen.
- De mbo-instelling heeft in een procedure vastgelegd hoe de informatievoorziening verloopt over de condities voor rekenopdrachten in toetsen, schoolexamens en centrale examens. Deze informatie is gericht aan allen die binnen de opleiding betrokken zijn bij rekenen en aan de student (en zijn ouders/verzorgers).
- De mbo-instelling of de opleiding heeft in een procedure vastgelegd op welk moment contact wordt opgenomen met de student (en eventueel de ouders/verzorgers) en wanneer en op welke wijze hij/zij bij de de begeleidings- en mogelijke onderzoekstrajecten wordt/worden betrokken.

4.7 Plaatsing van studenten bij binnenkomst in het eerste cursusjaar

Zie voor toelichting de paragrafen 14.1, 14.2 en 14.3 in deel 4.

- De opleiding biedt, vooruitlopend op een nadere behoeftenanalyse, de studenten direct bij aanvang van het studiejaar de (individuele) begeleiding die zij nodig hebben. Vanuit de overdracht vo-mbo is bekend welke studenten in aanmerking komen voor *intensieve begeleiding* (begeleidingscategorie 2) en voor *zeer intensieve begeleiding op maat* (begeleidingscategorie 3) bij rekenen (zie afbeelding 4.2). Ieder van hen wordt ingedeeld in begeleidingscategorie 2 of 3 (zie respectievelijk paragraaf 4.11 en paragraaf 4.12). De student met een dyscalculieverklaring wordt direct in categorie 3 geplaatst voor blijvende en zeer intensieve begeleiding op maat. Dit gebeurt ook vooruitlopend op een eventuele nadere behoeftenanalyse, als daartoe aanleiding lijkt.

- De opleiding maakt een vervolselectie van studenten op basis van hun scores bij een nulmeting die aan alle studenten wordt afgenomen.
- Op grond van het resultaat van de nulmeting en zijn rekengeschiedenis in het voorgaande onderwijs wordt de student in de best passende begeleidingscategorie ingedeeld.
- De opleiding stelt een individueel handelingsplan op voor studenten die in aanmerking komen voor begeleidingscategorie 2 en 3 (zie respectievelijk paragraaf 4.11 en paragraaf 4.12). (In sommige gevallen kan de opleiding voortbouwen op het individuele handelingsplan dat de student vanuit het voortgezet onderwijs ‘meeneemt’.)

4.8 Signalering van (ernstige) rekenproblemen

- De opleiding heeft een interne procedure voor de signalering van studenten die gedurende hun opleiding in het mbo rekenachterstand oplopen.
- Alle docenten hebben binnen deze procedure een actieve rol en melden eventuele rekenproblemen bij de daartoe binnen de opleiding aangewezen docent, bijvoorbeeld de studieloopbaanbegeleider.
- De studieloopbaanbegeleider bespreekt de problemen met de rekendocent en/of de rekenspecialist. Dit overleg leidt tot vervolgstappen.

4.9 Begeleiding bij (ernstige) rekenproblemen en dyscalculie

Zie voor toelichting paragraaf 14.3 en 14.4 in deel 4 en voor een samenvattend overzicht afbeelding 4.2.

- Alle (bij rekenactiviteiten betrokken) docenten dragen gezamenlijk verantwoordelijkheid voor een optimale begeleiding (van de rekenontwikkeling) van alle studenten.
- De opleiding heeft een interne procedure voor de begeleiding van studenten. Deze procedure omvat het in kaart brengen van de begeleidingsbehoefte van elke student en het op basis daarvan bij rekenproblemen geven van adequate begeleiding aan studenten (volgens de drie begeleidingscategorieën in dit protocol).
- De opleiding onderscheidt in de begeleiding van studenten bij hun rekenontwikkeling drie categorieën. Afhankelijk van hun onderwijsbehoefte op het gebied van rekenen worden studenten bij een van deze categorieën ingedeeld en krijgen daarbij passende ondersteuning.

4.10 Begeleiding in categorie 1

Begeleidingscategorie 1: *begeleiding van studenten binnen de generieke rekenlessen*. Zie voor toelichting de hoofdstukken 14 en 15 in deel 4.

- Alle (bij rekenactiviteiten betrokken) docenten zijn deskundig om studenten te observeren bij rekenactiviteiten en om mogelijke rekenproblemen te signaleren. Zij kunnen op basis daarvan in hun lessen differentiëren.
- De rekendocent is deskundig op het gebied van rekeninhoud en rekendidactiek. Hij geeft les, observeert rekenactiviteiten, houdt korte rekengesprekken, signaleert (mogelijke) rekenproblemen, analyseert resultaten (toets, observaties en presentaties) en interpreteert de analyse om de vorderingen van studenten te volgen en te beoordelen.
- De rekendocent stemt de leerstof en zijn didactische aanpak af op de ontwikkeling van de studenten. Hij differentieert tijdens de rekenles. Waar nodig vraagt hij advies aan de rekenspecialist.
- De rekendocent stelt in overleg met de rekenspecialist een leerlijn op, waarin hij het betreffende referentieniveau in acht neemt. Hij zorgt daarbinnen voor voldoende mogelijkheden tot differentiatie en afstemming op de ontwikkeling van alle studenten.
- De rekendocent en de rekenspecialist beoordelen in overleg met de studieloopbaanbegeleider – na analyse van toetsresultaten, observaties en prestaties – of er sprake is van voldoende, onvoldoende of geen vooruitgang van de rekenontwikkeling van een student.
Bij onvoldoende of geen vooruitgang zet de rekenspecialist vervolgvactiteiten in gang volgens de interne procedure. De student wordt in dat geval ingedeeld bij begeleidingscategorie 2.

4.11 Begeleiding in categorie 2

Begeleidingscategorie 2: *begeleiding van studenten bij ernstige rekenproblemen, aan de hand van een individueel handelingsplan*. Zie voor toelichting op de begeleiding in categorie 2 de hoofdstukken 14 en 16 in deel 4 en op het diagnostisch rekenonderzoek hoofdstuk 18 in deel 5.

- De opleiding heeft een interne procedure afgesproken voor de aanmelding voor, het uitvoeren van en het rapporteren en communiceren over het diagnostisch rekenonderzoek. Door middel van een diagnostisch rekenonderzoek worden de specifieke onderwijsbehoeften van de student bepaald.
- De studieloopbaanbegeleider neemt het initiatief tot overleg met de student (en eventueel zijn ouders/verzorgers). Doel van dit overleg is hen te informeren over het diagnostisch rekenonderzoek.
- De rekenspecialist voert het diagnostisch rekenonderzoek uit volgens de interne procedure.
- De rekenspecialist stelt op basis van het onderzoeksverslag het individuele handelingsplan op voor de verdere begeleiding van de student. Dit doet hij in overleg met de rekendocent en de

studieloopbaanbegeleider. In bepaalde gevallen kan worden volstaan met het actualiseren van het in een eerder traject opgestelde individueel handelingsplan. Zie hoofdstuk 16 voor het opstellen, uitvoeren en evalueren van het individuele handelingsplan.

- De opleiding stelt de bij de student betrokken docenten op de hoogte van zijn specifieke onderwijsbehoeften en tot welke begeleidingscategorie de student dan behoort. De opleiding heeft een procedure voor het maken van afspraken over de begeleiding van de student en de afstemming van het onderwijsaanbod op de specifieke onderwijsbehoeften van de student.
- De opleiding biedt de student begeleiding in categorie 2 op basis van het individuele handelingsplan. De intensieve en deskundige begeleiding van de student vindt plaats door de rekendocent binnen en door de rekenspecialist buiten de generieke rekenlessen.
- De rekenspecialist en de rekendocent evalueren na een half jaar het effect van de begeleiding. Een analyse van de resultaten (toetsen, observaties, presentaties) van de student maakt hiervan deel uit. De rekenspecialist stelt in overleg met de rekendocent het individuele handelingsplan bij en/of zet vervolgvactiteiten in gang waarbij hij de interne procedure volgt. Bij aantoonbaar voldoende vooruitgang gaat de rekenspecialist na of er voldoende condities aanwezig zijn om de student al terug te plaatsen naar begeleidingscategorie 1. Indien dat niet het geval is blijft de student in categorie 2. Bij aantoonbaar onvoldoende of geen vooruitgang wordt de student geplaatst in begeleidingscategorie 3.

4.12 Begeleiding in categorie 3

Begeleidingscategorie 3: intensieve en structurele begeleiding op basis van een individueel handelingsplan bij ernstige en hardnekkige rekenproblemen.

Zie voor toelichting op de begeleiding in categorie 3 de hoofdstukken 14, 16 en 17 in deel 4 en op het psychodiagnostisch onderzoek hoofdstuk 19 in deel 5.

- De rekenspecialist actualiseert een eerder opgesteld handelingsplan of stelt een nieuw handelingsplan op, dat is gebaseerd op de adviezen uit de rapportage over een psychodiagnostisch onderzoek. De rekenspecialist doet dit in afstemming met de diagnosticus, de gedragsdeskundige, de rekendocent, de praktijkbegeleider en de studieloopbaanbegeleider.
- De opleiding stelt de bij de student betrokken docenten op de hoogte van zijn specifieke onderwijsbehoeften. De opleiding heeft een procedure voor het maken van afspraken over de begeleiding van de student en de afstemming van het onderwijsaanbod op de specifieke onderwijsbehoeften van de student.
- De opleiding biedt de student blijvende, intensieve begeleiding in categorie 3 op basis van het individuele handelingsplan. De begeleiding van de student vindt plaats binnen en buiten de generieke rekenlessen. Dit gebeurt in principe door de rekendocent en de rekenspecialist, maar kan in specifieke gevallen ook plaatsvinden door of in nauwe samenwerking met een beroepsgerichte vakdocent. Dat laatste gebeurt in gevallen dat de context van het vak de student nadrukkelijk helpt (een deel van) zijn problemen te overwinnen.

- De rekenspecialist evalueert volgens de interne procedure voor begeleiding het effect van de begeleiding. Hij doet dit samen met de rekendocent, de praktijkbegeleider en de studieloopbaanbegeleider. Een analyse van de resultaten (toetsen, observaties, presentaties) van de student maakt daarvan deel uit. Zij stellen de begeleiding en/of het individuele handelingsplan zo nodig bij.

4.13 Traject 'psychodiagnostisch onderzoek'

Zie voor toelichting op het psychodiagnostisch onderzoek in begeleidingscategorie 3 hoofdstuk 19 in deel 5.

- De gedragsdeskundige neemt het initiatief tot overleg met de student (en eventueel zijn ouders/verzorgers). Doel van dit overleg is hen te informeren over de noodzaak via een psychodiagnostisch onderzoek meer informatie te verkrijgen over de meest kansrijke aanpak. Tevens moet dit overleg leiden tot de formele toestemming voor het uitvoeren van dit onderzoek (op grond van het reglement persoonsgevoelige gegevens) en voor het informeren van de school over het resultaat. Deze toestemming wordt in het dossier van de student opgenomen.
- De opleiding heeft een interne procedure volgens HGD opgesteld voor de aanmelding voor, het uitvoeren van, het advies uitbrengen aan en het rapporteren en communiceren over het psychodiagnostisch onderzoek.
- De diagnosticus voert het psychodiagnostisch onderzoek uit volgens de interne procedure en zijn beroepscode.
- De rekenspecialist stelt op basis van de analyse en de handelingsadviezen uit het onderzoeksverslag van de diagnosticus een individueel handelingsplan op.
- De opleiding biedt de student in begeleidingscategorie 3 zeer intensieve en deskundige (individuele) begeleiding op maat op basis van het individuele handelingsplan.
- De diagnosticus evalueert na een half jaar het effect van de begeleiding. Een analyse van de resultaten (toetsen, observaties en presentaties) van de student maakt daarvan deel uit. Het resultaat van de evaluatie van de begeleiding kan het volgende betekenen:
 1. De student blijft in begeleidingscategorie 3, en krijgt daar begeleiding onder de vastgestelde, tot (enig) resultaat leidende condities. Zie verder paragraaf 4.12 voor de begeleiding in categorie 3.
 2. De student laat zoveel vooruitgang zien, dat de condities van begeleidingscategorie 2 toereikend zijn. De gedragsdeskundige/rekenspecialist zet hiervoor vervolgvactiteiten in gang, waarbij hij de interne procedure volgt. Zie verder paragraaf 4.11 voor de begeleiding in categorie 2.
 3. Als er sprake is van hardnekkigheid van de ernstige rekenproblemen blijft de student ook onder de condities van begeleidingscategorie 3.

4.14 Communicatie over aanwezigheid van een dyscalculieverklaring

- De opleiding informeert alle docenten en praktijkbegeleiders volgens de interne procedure dat de student een dyscalculieverklaring heeft.

Overzicht van rollen, taken en aanbevolen kwalificaties	
Taken	Aanduiding functie/rol en aanbevolen kwalificatie (cursief)
Management	
<p><i>Initiëren en vaststellen rekenbeleid:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • scheppen van randvoorwaarden voor rekenonderwijs, -begeleiding en -ondersteuning; • faciliteren dat aan deze randvoorwaarden wordt voldaan (onder andere deskundigheidsbevordering). 	<p>Opleidingsmanager (ook wel: afdelingsmanager) als eindverantwoordelijke voor de vertaling van het instellingsbeleid naar de eigen afdeling</p> <p><i>PM</i></p>
<p><i>Scheppen van randvoorwaarden voor het primaire proces en voor begeleiding en ondersteuning (op basis van rekenbeleid):</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • implementeren van instellingsbreed ontwikkeld rekenbeleid binnen de opleiding; • bijdragen aan tot stand komen en evalueren van het rekenbeleid binnen de mbo-instelling; • monitoren en evalueren van het begeleidingsproces binnen de opleiding; • coördineren van en rapporteren over de activiteiten in de eerstelijns-, tweedelijns- en derdelijns-ondersteuning met betrekking tot het rekenbeleid (organisatorisch en randvoorwaardelijk); • faciliteren van de eerstelijns-, tweedelijns- en derdelijns-ondersteuning (onder meer tijd, informatievoorziening, voorlichting, deskundigheidsbevordering). 	<p>Rekenspecialist als staflid/beleidsmedewerker i.s.m. gedragsdeskundige</p> <p><i>PM</i></p>
Primaire proces (in de eerste lijn)	
<p><i>Als onderdeel van onderwijsactiviteiten (rekenmethode volgend, 2F, 3F in acht nemend):</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • voorbereiden van studenten op centraal eindexamen rekenen; • signaleren (rekenproblemen) en observeren (rekenactiviteiten); • aansluiten op rekenstrategieën van de studenten (inhoudelijk differentiëren); • analyseren van leerresultaten op (mogelijke) rekenproblemen; • inlichten van de mentor en de rekendocent bij (mogelijke) rekenproblemen. <p>Zie voor de begeleidingsactiviteiten binnen de groep bij 'ondersteuning vanuit de eerste lijn'.</p>	<p>Rekendocent als vakbekwame docent</p> <p><i>Eerste- of tweedegraads bevoegdheid met specialisatie rekenen</i></p>
<p><i>Als onderdeel van onderwijsactiviteiten voor het eigen 'vak' (kwalificatiedossier volgend):</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • expliciteren 'rekenen binnen het vak' met behulp van het kwalificatiedossier; • afstemmen op de rekendidactiek en -aanpak van de opleiding; • signaleren (rekenproblemen) en observeren (rekenactiviteiten); • aansluiten op rekenstrategieën studenten (vakinhoudelijk differentiëren); • analyseren leerresultaten op (mogelijke) rekenproblemen; • inlichten schoolloopbaanbegeleider (slb'er) en rekendocent bij (mogelijke) rekenproblemen; • opvolgen adviezen van de rekenspecialist (en de rekendocent) over afstemming (begeleidingscategorie 1, 2 en 3). 	<p>Docent beroepsgerichte vakken als vakbekwame docent</p> <p><i>Eerste- of tweedegraads bevoegdheid</i></p>

Overzicht van rollen, taken en aanbevolen kwalificaties	
Primaire proces (in de eerste lijn)	
<p><i>Communicatie verzorgen (kwalificatiedossier en bpv-boeken volgend):</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • inlichten van slb'er bij (mogelijke) rekenproblemen van student (signalering van praktijkopleider); • communiceren met de praktijkopleider over rekenproblemen student; • overleggen met de praktijkopleider over mogelijke aanpassingen (in brede zin) tijdens de bpv. 	<p>Praktijkbegeleider als intermediair school-bpv (bpv: beroepspraktijkvorming)</p> <p><i>Eerste- of tweedegraads bevoegdheid</i></p>
<p><i>Bij begeleiding tijdens de beroepspraktijkvorming (bpv-boeken volgend):</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • expliciteren van rekentaken in de praktijk aan de student; • signaleren rekenproblemen bij de student; • communiceren over rekenproblemen met de praktijkbegeleider en de student. 	<p>Praktijkopleider als ervaringsdeskundige uit het praktijkveld</p> <p><i>PM</i></p>
Ondersteuning (vanuit de eerste lijn)	
<p><i>Bij (resultaatgerichte) begeleiding van studenten in zijn coachgroep:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • coachen op koers, keuzes, planning, voortgang en op motivationeel-affectief gebied; • monitoren van de studievoortgang (leerresultaten en rekenniveau); • analyseren en interpreteren van leerresultaten (opleiding, bpv); • signaleren van rekenproblemen (hulpvraag student en/of (reken)docent); • actualiseren van (digitale) studentdossiers van studentvolgsysteem; • verzamelen van informatie over rekengeschiedenis uit vo-mbo-overdracht (onder meer begeleidingscategorie in vo). <p><i>Bij begeleiding van de student die rekenproblemen ervaart: in begeleidingscategorie 1:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • coördineren van de casus in de eerstelijns-ondersteuning; • bespreken van student die rekenproblemen ervaart (studentenbesprekingen); • communiceren met de student (en eventueel de ouders/verzorgers) in overleg met de rekendocent of de rekenspecialist; • communiceren met de rekendocent, de praktijkbegeleider, eventueel de docenten beroepsgerichte vakken en de tweedelijns-ondersteuning (afstemming onderwijsbehoeften en voortgang); • regelen van doorverwijzingen naar de tweedelijns-ondersteuning. <p><i>in begeleidingscategorie 2 en 3:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • bijdragen aan het opstellen, evalueren en bijstellen van individuele handelingsplannen (begeleidingscategorie 2 en 3); • bijdragen aan het voorbereiden van de diagnostische rekenonderzoeken in begeleidingscategorie 2 (hulpvragen inbrengen); • eventueel bijdragen aan het voorbereiden van psychodiagnostische onderzoeken in begeleidingscategorie 3 (hulpvragen inbrengen). 	<p>Studieloopbaanbegeleider (slb'er) (ook wel: studiecoach) als eerste aanspreekpunt voor de student bij studie- of persoonlijke problemen</p> <p><i>Eerste- of tweedegraads bevoegdheid met specialisatie coachingsvaardigheden</i></p>

Overzicht van rollen, taken en aanbevolen kwalificaties

Overzicht van rollen, taken en aanbevolen kwalificaties	
Ondersteuning (vanuit de eerste lijn)	
<p><i>Als onderdeel van onderwijsactiviteiten (rekenmethode volgend, 2F, 3F in acht nemend):</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • uitvoeren van de begeleiding in categorie 1 in subgroep; • afstemmen op de verschillen in onderwijsbehoeften in de subgroep (differentiëren); • signaleren (rekenproblemen) en observeren (rekenactiviteiten); • voeren van korte rekengesprekken; • analyseren resultaten (toets, rekengesprek, observaties); • uitvoeren van de begeleiding in categorie 2 en 3 naast de rekenspecialist (subgroep). <p><i>Bij onderzoek en individuele handelingsplannen:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • bijdragen aan het opstellen, evalueren en bijstellen van individuele handelingsplannen (begeleidingscategorie 2 en 3); • bijdragen aan het voorbereiden van de diagnostische rekenonderzoeken in begeleidingscategorie 2 (hulpvragen inbrengen); • eventueel bijdragen aan het voorbereiden van psychodiagnostische onderzoeken in begeleidingscategorie 3 (hulpvragen inbrengen). 	<p>Rekendocent als differentiërende docent</p> <p><i>Eerste- of tweedegraads bevoegdheid met specialisatie rekenen</i></p>
<p><i>Bij instroom van studenten (administratieve intake):</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • afgeven van schoolverklaring met betrekking tot rekenproblematiek; • registreren van rekenproblematiek in studentvolgsysteem. 	<p>Medewerker studieloopbaancentrum</p> <p>PM</p>
Ondersteuning (vanuit de tweede lijn)	
<p><i>Bij (resultaatgerichte) begeleiding in categorie 2:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • coördineren van de casus in de tweedelijns- en derdelijns-ondersteuning; • communiceren met betrokkenen in het primaire proces en de eerste-, tweede- en derdelijns-ondersteuning. <p><i>Bij (resultaatgerichte) begeleiding van studenten:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • uitvoeren van de begeleiding op basis van individuele handelingsplannen (begeleidingscategorie 2 en 3), buiten de generieke rekenlessen; • evalueren en bijstellen van individuele handelingsplannen in overleg met rekendocent en de slb'er (begeleidingscategorie 2); • idem voor begeleidingscategorie 3 in overleg met de gedragswetenschapper/diagnosticus en de gedragsdeskundige, de rekendocent, de slb'er en andere (externe) betrokkenen; • adviseren over afstemming aan (reken)docenten en de praktijkbegeleider (begeleidingscategorie 2 en 3); • communiceren met student, eventueel de ouders/verzorgers in overleg met de slb'er; • regelen van doorverwijzingen naar en coördineren van de derdelijns-ondersteuning. <p><i>Bij onderzoek en individuele handelingsplannen:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • uitvoeren van diagnostische rekenonderzoeken volgens HGD (begeleidingscategorie 2); • opstellen van de individuele handelingsplannen in overleg met de rekendocent en de slb'er (begeleidingscategorie 2); • idem voor begeleidingscategorie 3 in overleg met de gedragswetenschapper/diagnosticus en de gedragsdeskundige, de rekendocent, de slb'er en andere (externe) betrokkenen; • bijdragen aan het voorbereiden van de psychodiagnostische onderzoeken in begeleidingscategorie 3. <p><i>Inzet voor team en school:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • ondersteunen van de (reken)docenten bij rekendidactiek en -aanpak (tips en adviezen); • adviseren over de aanschaf van leermaterialen. 	<p>Rekenspecialist (ook wel: rekencoördinator of rekencoach) als ondersteuner van collega's en studenten</p> <p><i>Eerste- of tweedegraads bevoegdheid en Master Special Educational Needs (Master SEN) met specialisatie rekenen en rekenproblemen</i></p>

Overzicht van rollen, taken en aanbevolen kwalificaties	
Ondersteuning (vanuit de tweede lijn)	
<p><i>Bij (resultaatgerichte) begeleiding van de studenten:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • bijdragen aan het evalueren en bijstellen van individuele handelingsplannen (begeleidingscategorie 2 en 3); • adviseren van de rekenspecialist (pedagogische adviezen); • coachen van de student (<i>mental coach</i>), bijvoorbeeld in verband met beperking beroepskeuze; • geven van voorlichting over de aard en de consequenties van ernstige rekenproblemen aan alle betrokkenen; • bemiddelen tussen de student en de opleiding; • communiceren met de student en eventueel zijn ouders/verzorgers in overleg met het ondersteuningsteam (begeleidingscategorie 3); • regelen van doorverwijzingen naar de derdelijnsondersteuning. <p><i>Bij onderzoek en individuele handelingsplannen:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • bijdragen aan het voorbereiden van de diagnostische rekenonderzoeken en de psychodiagnostische onderzoeken in begeleidingscategorie 2 en 3 (hulpvragen inbrengen); • bijdragen aan het opstellen van individuele handelingsplannen (begeleidingscategorie 2 en 3). 	<p>Gedragsdeskundige als adviseur van collega's en mental coach van studenten</p> <p><i>Hbo- of wo-opleiding met coachingsopleiding</i></p>
Ondersteuning (vanuit de derde lijn)	
<p><i>Uitvoeren van en adviseren vanuit psychodiagnostisch onderzoek (HGD volgend):</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • incidenteel: uitvoeren van aanvullend psychodiagnostisch onderzoek op het gebied van leren en in het bijzonder van leren rekenen (in samenwerking met de rekenspecialist); • vertalen van uitkomsten naar de onderwijspraktijk van opleiding waarin de student functioneert, samen met ondersteuningsteam; • (eventueel) adviseren over de begeleiding in de onderwijspraktijk van de opleiding waarin de student functioneert, samen met ondersteuningsteam. 	<p>Gedragswetenschapper als psychodiagnosticus</p> <p><i>BIG-registratie als GZ-psycholoog of NIP-registratie als Kinder- en Jeugd-psycholoog of NVO-registratie als Orthopedagoog-Generalist</i></p>

Afbeelding 4.1 Samenvattend overzicht van rollen, taken en aanbevolen kwalificaties

Samenvattend overzicht van begeleidingscategorieën 1 (a en b), 2 en 3		
Signalering	Observatie en onderzoek	Begeleiding
Primaire proces (in de eerste lijn)		
Begeleidingscategorie 1a Signalering (S1a): bij rekenontwikkeling zonder problemen.	Begeleidingscategorie 1a Observatie en onderzoek (O1a): <ul style="list-style-type: none"> - observatie, - begeleiding B1a. Aantoonbaar resultaat: +: student blijft in B1a o/:- student naar O1b	Begeleidingscategorie 1a Begeleiding (B1a): in de generieke rekenlessen zonder extra voorzieningen (volgen van rekenmethode; met inachtname van referentieniveaus 2F/3F).
Ondersteuning (vanuit de eerste lijn)		
Begeleidingscategorie 1b Signalering (S1b): bij vermoeden of vastgestelde rekenproblemen.	Begeleidingscategorie 1b Observatie en onderzoek (O1b): <ul style="list-style-type: none"> - observatie op onderdelen van de lesstof, - korte rekengesprekken, - begeleiding B1b, - evaluatie na 0,5 jaar. Aantoonbaar resultaat: +: student gaat naar B1a o/:- student naar O2	Begeleidingscategorie 1b Begeleiding (B1b): in generieke rekenlessen (subgroep en hele groep) op basis van observaties en gesprekken met behulp van rekenmethode.
Ondersteuning (vanuit de tweede lijn)		
Begeleidingscategorie 2 Signalering (S2): bij vermoeden of vastgestelde ernstige rekenproblemen.	Begeleidingscategorie 2 Observatie en onderzoek (O2): <ul style="list-style-type: none"> - diagnostisch rekenonderzoek, - individueel handelingsplan, - begeleiding B2, - evaluatie na 0,5 jaar. Aantoonbaar resultaat: +: student naar B1 , mits condities oké o/:- student naar O3	Begeleidingscategorie 2 Begeleiding (B2): individueel en in de (sub)groep op basis van individueel handelingsplan.
Ondersteuning (vanuit de derde lijn)		
Begeleidingscategorie 3 Signalering (S3): bij ernstige en hardnekkige rekenproblemen (eventueel na vastgestelde dyscalculie) met geringe of geen vooruitgang.	Begeleidingscategorie 3 Observatie en onderzoek (O3): <ul style="list-style-type: none"> - psychodiagnostisch onderzoek (in mbo bij voorkeur niet meer richten op vaststellen dyscalculie), - individueel handelingsplan, - begeleiding B3, - evaluatie na 0,5 jaar; bijstellen handelingsplan. Aantoonbaar resultaat: +: student gaat naar B2 , mits condities oké o/:- student blijft in B3	Begeleidingscategorie 3 Begeleiding (B3): individueel handelingsplan, instructies buiten de les en begeleiding bij het oefenen zo mogelijk in de generieke rekenlessen.

Afbeelding 4.2 Samenvattend overzicht van begeleidingscategorieën 1 (a en b), 2 en 3

Deel 2

Rekenen

- 5 Rekenen in het mbo
- 6 Hoofdlijn 1: verder ontwikkelen van begripsvorming
- 7 Hoofdlijn 2: verder ontwikkelen en consolideren van oplossingsprocedures
- 8 Hoofdlijn 3: vlot rekenen en onderhouden
- 9 Hoofdlijn 4: flexibel toepassen en verdiepen

5 **Rekenen in het mbo**

Om het rekenonderwijs goed te kunnen afstemmen op de ontwikkeling van studenten bieden wij in deel 2 inzicht in de vier Hoofdpijnen van rekenen. Dit hoofdstuk biedt een overzicht van de vier Hoofdpijnen.



5.1 Vier Hoofdpijnen bij leren rekenen

Goede kennis van het ontwikkelingsproces binnen rekenen biedt de docent mogelijkheden om het rekenonderwijs optimaal af te stemmen op de ontwikkeling van de studenten. Tevens biedt het mogelijkheden om een goed ontwikkelingsperspectief te bieden voor individuele studenten.

In dit hoofdstuk introduceren wij vier Hoofdpijnen bij leren rekenen. Deze Hoofdpijnen vormen de basis waarmee docenten het rekenonderwijs kunnen laten aansluiten op de ontwikkeling van de student. Zij kunnen daarmee leerstofinhouden, instructie, oefening en begeleiding afstemmen op de kennis en vaardigheden van de studenten.

In de volgende hoofdstukken worden deze vier Hoofdpijnen verder uitgewerkt.

De vier Hoofdpijnen in de ontwikkeling van rekenkennis en -vaardigheden zijn:

- begripsvorming (conceptontwikkeling, rekentaal en het verlenen van betekenis);
- ontwikkelen van oplossingsprocedures;
- vlot leren rekenen (oefenen, automatiseren en memoriseren);
- flexibel toepassen (van kennis en vaardigheden).



Afbeelding 5.1 Vier Hoofdpijnen bij leren rekenen

In het rekenonderwijs komen deze vier Hoofdpijnen steeds voor. Elke Hoofdpijn geeft richting en inhoud aan het onderwijs dat een docent geeft. Elke Hoofdpijn veronderstelt tegelijkertijd dat studenten een actieve inbreng hebben in hun eigen leerproces. De Hoofdpijnen volgen elkaar op in een cyclisch proces. De vier Hoofdpijnen haken als het ware als opeenvolgende schakels aan elkaar. Binnen deze cyclus kunnen zowel de docent als de studenten op eerdere stappen teruggrijpen als blijkt dat een student bepaalde leerstof nog niet begrijpt of beheerst.

Het verwerven van nieuwe leerstof begint met *begripsvorming* (Hoofdpijn 1). Hiermee bedoelen wij de geleidelijke ontwikkeling van rekenconcepten door middel van het uitvoeren van rekenhandelingen in combinatie met de ontwikkeling van bijbehorende rekentaal. Deze rekentaal heeft de student nodig in de communicatie met de omgeving (ouders/verzorgers, docenten, medestudenten, familie, vrienden). De student heeft in de voorafgaande jaren geleerd betekenis te verlenen aan rekenhandelingen.

Bij het onderwerp breuken, bijvoorbeeld, heeft de student conceptuele kennis over hele getallen (1, 2, 3, 4, 5 enzovoort) ontwikkeld en over getallen die ontstaan als een kleiner getal wordt gedeeld door een groter getal ($\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{7}$). De student heeft een breuk leren kennen als een verhoudingsgetal (een deel van iets, bijvoorbeeld de helft, een kwart of driekwart van iets) en als resultaat van een deling (bijvoorbeeld 3 pizza's delen met 6 personen: 3 delen door $6 = \frac{1}{2}$). De student heeft de begrippen teller en noemer geleerd en kan daar betekenis aan geven. De student kan de waarde van een breuk benoemen ten opzichte van het totaal.

Geleidelijk aan en vaak tegelijkertijd met Hoofddlijn 1 heeft de student *oplossingsprocedures* (Hoofddlijn 2) ontwikkeld. De student heeft bewerkingen leren uitvoeren om iets te kunnen uitrekenen. Goede oplossingsprocedures zijn gebaseerd op een goede conceptuele ontwikkeling. De student *begrijpt* wat hij doet. Bij breuken, bijvoorbeeld, heeft de student leren optellen en aftrekken, vereenvoudigen, vermenigvuldigen met en delen door breuken. De student begrijpt bij vermenigvuldigen met breuken waarom het antwoord kleiner is dan het te vermenigvuldigen getal, bijvoorbeeld: $\frac{2}{3} \times 6 = 4$. Omgekeerd begrijpt hij ook waarom bij delen door breuken het antwoord groter is dan het te delen getal, dus $4 : \frac{2}{3} = 6$. De student kan dit tekenen of verwoorden.

Om *vlot te kunnen rekenen* (Hoofddlijn 3) is regelmatig oefenen en gebruiken van deze kennis en oplossingsprocedures (vaardigheden) in veel verschillende situaties blijvend noodzakelijk. Dit bevordert het automatiseren en memoriseren. De ene student heeft meer oefentijd nodig dan de andere. Optimaal oefenen betekent niet alleen meer tijd besteden aan oefeningen, maar ook didactisch juist afstemmen van de oefeningen op de onderwijsbehoeften van studenten.

Het uiteindelijke doel van het rekenonderwijs is dat studenten hun kennis en vaardigheden *flexibel kunnen toepassen* (Hoofddlijn 4) in functionele situaties. Daarvoor is het nodig dat zij betekenis kunnen geven aan rekensituaties en begrijpen welke kennis en vaardigheden zij op dat moment het beste kunnen gebruiken om een berekening aan te pakken en uit te voeren. Dit noemen we 'strategisch denken en handelen'.

In de dagelijkse onderwijspraktijk lopen altijd meerdere Hoofddlijnen naast elkaar. Studenten hebben bijvoorbeeld conceptuele kennis ontwikkeld over breuken (Hoofddlijn 1) en beheersen de basisbewerkingen met breuken (Hoofddlijn 2). Zij hebben deze bewerkingen nog niet volledig geautomatiseerd. Er komen nog nieuwe bewerkingen bij, zoals bijvoorbeeld met samengestelde breuken. Daarnaast hebben zij bij het metriek stelsel gewerkt aan conceptontwikkeling van decimale getallen (Hoofddlijn 1). Zij hebben leren meten en wegen. Zij weten dat 1000 gram een kilogram is en dat 750 gram hetzelfde is als 0,75 kilogram. Zij hebben leren rekenen met grammen en kilogrammen (Hoofddlijn 2). De studenten hebben ook geleerd dat $\frac{3}{4}$ kilogram evenveel is als 0,75 kilogram (conceptontwikkeling, Hoofddlijn 1).

Voor velen lijkt dit vanzelfsprekend, maar rekenzwakke studenten kunnen hier nog veel moeite mee hebben. Als het leerproces (te) snel verloopt zonder voldoende aandacht voor conceptontwikkeling en met onvoldoende oefentijd, kunnen rekenzwakke studenten afhaken. In het onderwijs verwachten we nogal snel dat als ingewikkelde concepten eenmaal zijn uitgelegd de studenten ze dan ook begrijpen, er vlot mee kunnen rekenen en ze kunnen gebruiken in allerlei situaties.

Rekenzwakke studenten hebben in het basisonderwijs en het voortgezet onderwijs wel leren rekenen met complexere leerstof, zoals breuken en het metriek stelsel, maar velen van hen zijn nog

onvoldoende vertrouwd met deze materie. Zij hebben meer tijd en begeleiding nodig voor een goede conceptontwikkeling en oefening. Zij zijn aangewezen op verdere ontwikkeling in het mbo.

Met de invoering van het *Referentiekader taal en rekenen* heeft het mbo de plicht te werken aan een doorgaande lijn voor verdere ontwikkeling van rekenkennis en vaardigheden van de studenten voor het behalen van de centrale rekenexamens 2F en 3F. In dit referentiekader ligt de nadruk voor het mbo op *verder ontwikkelen*, *consolideren*, *onderhouden* en *verdiepen* van rekenkennis en -vaardigheden. Daarbij gaat het tevens om *paraat hebben*, *functioneel gebruiken* en *weten waarom*.

Deze componenten zijn onderdeel van de vier Hoofddlijnen. In de volgende paragrafen beschrijven wij de samenhang.

Het ultieme doel van het rekenonderwijs is te komen tot functionele gecijferdheid op een passend niveau voor elke student. Uiteindelijk heeft elke student als (toekomstige) volwassene rekenen nodig om te kunnen functioneren in de maatschappij. De Europese Unie heeft geletterdheid en gecijferdheid als kerncompetenties voor de ontwikkeling van Europa als meest concurrerende kenniseconomie bovenaan op de Europese onderwijsagenda staan (OECD 2008, 2010; Europese Commissie, 2010; Europese Unie, 2010). Nederland heeft zich daarbij aangesloten. Het streven naar een beroepsbevolking op minimaal de niveaus 2F en 3F is een belangrijke stap in die richting. De centrale examens zijn een belangrijk doel en vereisen een grote inspanning van de mbo-opleiding.

Bovenstaande betekent in het algemeen dat in het mbo een goed programma ontwikkeld moet worden om deze doelen te bereiken. Daarnaast vereist het van de docenten een professionele didactische aanpak in het algemeen en een specifieke, deskundige begeleiding van rekenzwakke studenten in het bijzonder (zie volgende hoofdstukken).

5.2 Hoofddlijn 1: verder ontwikkelen van begripsvorming

In het basisonderwijs en het voortgezet onderwijs hebben de studenten rekenkennis en rekenvaardigheid ontwikkeld op alle domeinen. Bij de instroom in het mbo tonen de studenten echter grote variatie in hun werkelijke rekenkennis en rekenvaardigheden.

Het mbo biedt onderwijs dat aansluit op de voorkennis en de mogelijkheden van de studenten in de verschillende opleidingen en niveaus. De aandacht voor conceptuele ontwikkeling van rekenkennis zal voor de diverse beroepsrichtingen verschillen.

In de praktijk zal de noodzaak van het *verder ontwikkelen* van nieuwe kennis gebaseerd op inzicht met name spelen bij studenten in de lagere mbo-opleidingen. De ervaring leert echter dat ook veel studenten in de hogere opleidingen het rekenen nog onvoldoende (inzichtelijk) beheersen. Het gaat hierbij niet alleen om de basiskennis en de bijbehorende basisbewerkingen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen). Het blijkt dat vooral ook conceptontwikkeling op het domein verhoudingen en het domein meten en meetkunde zwak is. Denk hierbij aan bijvoorbeeld het verschil weten tussen één op de vier en één op vier, het begrijpen van schaalberekeningen, kennis van en inzicht in breuken, procenten, decimale getallen, het metriek stelsel en de samenhang tussen de verschillende (sub)domeinen.

Dit geldt ook voor de studenten in hogere mbo-opleidingen. Hier zal het met name gaan om onderhouden van de verworven rekenkennis en rekenvaardigheden. De meesten hebben een goed

begrip ontwikkeld met betrekking tot rekenen. Toch zien we ook hier regelmatig studenten die nog onvoldoende inzicht in de leerstof hebben ontwikkeld en 'trucmatig' rekenen. Ook zij hebben nog regelmatig instructie en oefening nodig.

5.3 Hoofdlijn 2: verder ontwikkelen en consolideren van oplossingsprocedures

Vanwege beperkte of fragmentarische begripsontwikkeling beheersen veel studenten in de lagere opleidingen vaak niet de standaard oplossingsprocedures (algoritmes) voor optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. Voor deze studenten kunnen we de vraag stellen of het zinvol is om deze standaardprocedures te beheersen. Er zijn meerdere manieren om de basisbewerkingen uit te voeren. Van studenten in de hogere opleidingen wordt verwacht dat zij deze standaardprocedures wel beheersen, omdat deze procedures het algoritmisch denken stimuleren. Toch zijn ook hier nog studenten die hier veel moeite mee hebben. De docent in het mbo zal nog regelmatig aandacht moeten besteden aan het verder ontwikkelen en consolideren.

Ook het maken van berekeningen op papier en uit het hoofd op basis van eigenschappen van en relaties tussen getallen en bewerkingen vraagt nog veel aandacht. De studenten raken bijvoorbeeld in de war bij het uitvoeren van berekeningen met grotere getallen. Zij kunnen onvoldoende gebruik maken van de structuur van getallen (honderdtallen, tientallen en eenheden) bij de basisbewerkingen. Voor de studenten die deze procedures wel beheersen is het van belang ze te *consolideren*. Veel studenten hebben nog veel tijd nodig om op basis van begrip hun oplossingsprocedures verder te ontwikkelen en te consolideren.

5.4 Hoofdlijn 3: vlot rekenen en onderhouden

Om vlot te kunnen rekenen is regelmatig en systematisch oefenen en gebruiken van rekenkennis en -vaardigheden noodzakelijk. Alleen zo komen studenten tot automatiseren, memoriseren en paraat hebben van hun kennis en vaardigheden.

Uit ervaring blijkt dat studenten hun vaardigheid verliezen als zij deze niet onderhouden. Daartoe geeft het Referentiekader de mbo-instellingen de taak om te werken aan het onderhouden van deze kennis en vaardigheden. De centrale examens rekenen 2F en 3F aan het einde van het mbo dwingen de scholen zelfs hiertoe.

Onderhouden betekent meer dan alleen sommen maken uit rekenboeken. De beste manier van onderhouden is *functioneel gebruiken*. Rekenen is een kernactiviteit om te kunnen functioneren in de maatschappij. Daarom is het van belang om rekenen in het mbo als speerpunt op te nemen in alle opleidingen, met name ook in de beroepsgerichte vakken. Theorie- en praktijkvakken bieden juist mogelijkheden om het rekenen actief te gebruiken. De docenten in beroepsgerichte vakken en de praktijkbegeleiders in de beroepspraktijkvorming kunnen studenten opdrachten laten uitwerken waarin rekenactiviteiten zijn opgenomen. Zeker als studenten bij opdrachten zelf kunnen bepalen wat er berekend moet worden en hoe zij dat kunnen doen, blijft hun rekenkennis actief aanwezig en onderhouden zij hun rekenvaardigheid. Ook in theorievakken kunnen docenten situaties creëren waarbij studenten probleemoplossend werken. Denk bijvoorbeeld aan het vergelijken van de bevolkingsdichtheid van landen door het aantal inwoners per vierkante meter uit te reke-

nen. Een docent Engels kan de studenten laten rekenen met tijd en met kilometers en 'miles per hour'.

Als docenten de rekenactiviteiten in hun vakgebied(en) in kaart brengen, kunnen zij met elkaar doelgericht en systematisch werken aan het vlot leren rekenen en onderhouden van rekenkennis en -vaardigheden. Daardoor ontwikkelen studenten ook parate kennis en vaardigheden.

5.5 Hoofdlijn 4: flexibel toepassen en verdiepen

Van alle studenten wordt verwacht dat zij uiteindelijk hun kennis en vaardigheden flexibel en adequaat kunnen gebruiken in allerlei functionele situaties. Zij kunnen keuzes maken en weten waarom ze die keuze maken. Zij kunnen uitleggen waarom hun keuze in een bepaalde situatie een adequate keuze is.

Van studenten die meer aankunnen mag worden verwacht dat zij bij probleemoplossend rekenen de samenhang doorzien en verbanden kunnen leggen tussen bijvoorbeeld breuken, procenten en decimale getallen. Ook begrijpen zij de structuur van het metriek stelsel. Zij begrijpen eigenschappen van bewerkingen, bijvoorbeeld het effect van vermenigvuldigen met breuken, en kunnen daarvan gebruik maken bij het uitvoeren en controleren van hun berekeningen. Zij kunnen zelfstandig of in samenwerking met andere studenten complexe rekenopdrachten oplossen, waarbij zij meerdere denkstappen moeten zetten. Zij kunnen uitleggen wat ze doen. Dit leidt tot *verdieping* van kennis en een nog beter begrip van bewerkingen.

Dit probleemoplossend werken is onderdeel van 3F en dus onderdeel van rekenactiviteiten in de mbo-4-opleidingen. Dit vraagt meer dan alleen onderhouden van kennis en vaardigheden. Ook voor studenten in de lagere mbo-opleidingen is het van belang dat zij probleemoplossend leren werken en een verdiepingsslag kunnen maken, wellicht met minder complexe opgaven en op het niveau van 2F.

Dit betekent dat docenten vooral uitdagende opdrachten geven aan de studenten om hen aan het denken te zetten. Deze opdrachten zijn gerelateerd aan de reële werkelijkheid, maar kunnen ook meer wiskundig van aard zijn. Het rekenkundig en wiskundig redeneren bij probleemoplossend werken is een belangrijk onderdeel hiervan. Juist dit leidt tot *verdieping*.

5.6 De vier Hoofdlijnen bij rekenen in het mbo

Het rekenonderwijs in het mbo richt zich op vier samenhangende activiteiten: verder ontwikkelen, consolideren, onderhouden en verdiepen. Dit vraagt van de mbo-opleiding een goede opbouw van leerstof en een professionele didactische aanpak. Deze activiteiten zullen in de diverse niveaus en opleidingsrichtingen verschillende accenten hebben. In de mbo-2- en mbo-3-opleidingen zal de nadruk voornamelijk liggen op verder ontwikkelen, consolideren en onderhouden. In mbo-4-opleidingen ligt het accent meer op onderhouden en verdiepen, maar ook op verder ontwikkelen. De weg naar 3F is voor veel studenten nog een lastige.

Bovenstaande activiteiten hebben wij opgenomen in de vier Hoofdpijnen voor rekenen. Bij alle Hoofdpijnen staat het *begrijpen* en dus het *weten waarom* centraal. De vier Hoofdpijnen kunnen wij voor het mbo dan als volgt invullen.



Afbeelding 5.2 Vier Hoofdpijnen in de rekenontwikkeling in het mbo

In de volgende hoofdstukken van dit deel 2 besteden wij uitgebreid aandacht aan de vier Hoofdpijnen en bieden wij aandachtspunten voor de begeleiding van rekenzwakke studenten in de groep. De inhoud van deze hoofdstukken biedt de rekendocent handvatten om zijn didactisch handelen af te stemmen op de ontwikkeling en onderwijsbehoeften van de studenten in begeleidingscategorie 1 (zie deel 4).

5.7 Inzet van IT bij het rekenonderwijs

Het huidige rekenonderwijs is niet meer denkbaar zonder IT. De ontwikkelingen met betrekking tot het interactieve digibord en educatieve software bieden interessante mogelijkheden voor alle vormen van instructie en oefenen. Interne netwerken en interactieve bordes in de lokalen zijn bruikbare hulpmiddelen in het onderwijs voor het verzamelen en aanbieden van goede leerstof. De docent kan functionele en betekenisvolle contexten, denkmodellen, voorbeelden van standaardalgoritmes enzovoort voorbereiden en opslaan op zijn computer. Hij kan deze oproepen tijdens de les via het interactieve bord. Bovendien kan hij tekeningen en uitgewerkte procedures bewaren die op het bord worden geschreven en getekend tijdens de les. Deze kan hij in een volgende les weer oproepen. De docent kan eigen oefenstof opslaan en een complete database van goede rekenelementen aanleggen. Dit kan uiteraard ook in een gezamenlijke database op teamniveau gebeuren. Zo wordt een goed en volledig systeem van contexten, denkmodellen en voorbeelden van goede oefeningen verzameld. Een gestructureerde en gevulde database is de helft van een goede rekenles en ondersteunt effectieve instructie tijdens de lessen aan groepen studenten. Ook bij hulp aan kleine groepjes studenten en aan individuele studenten kan deze database worden gebruikt (differentiatie). De docent blijft echter de cruciale schakel voor de afstemming van de leerstof op de onderwijsbehoeften van studenten.

De meeste uitgevers bieden bij al hun materiaal steeds beter bruikbare IT-ondersteuning. Meestal is dit materiaal bedoeld voor oefenen, minder vaak voor instructie. Geleidelijk aan komt steeds

meer digitaal ondersteuningsmateriaal beschikbaar in de vorm van betekenisvolle contexten en denkmodellen. Hiermee kan de docent zijn instructie visueel (en auditief) ondersteunen.

De student kan bij het rekenen ook *verstandig* gebruik maken van de rekenmachine.

Het uitgangspunt blijft echter dat de student zelf goed kan rekenen, dus zonder rekenmachine. Dit staat nadrukkelijk beschreven in de referentieniveaus. De rekenmachine kan worden gebruikt voor het snel en accuraat uitvoeren van berekeningen bij complexe opdrachten. Tevens kan de rekenmachine een hulpmiddel zijn voor de student die minder rekenvaardig is. Voorwaarde is echter wel dat hij begrijpt wat hij doet op de rekenmachine en weet wanneer hij de rekenmachine als hulpmiddel functioneel kan inzetten.

Tot slot bevelen wij het rekenen met spreadsheets aan als basis voor het werken met rekenprogramma's in toekomstige beroepen. Opdrachten met onder andere Excel of andere spreadsheets zijn daarvoor heel geschikt. Het leren denken in en het systematisch werken met (zelfbedachte) formules vraagt een andere manier van denken over rekenen.

6 **Hoofdlijn 1:** **verder ontwikkelen van** **begripsvorming**

Rekenen is geen doel op zich. Kunnen rekenen is belangrijk om de wereld beter te *begrijpen* en greep te krijgen op dagelijkse situaties waarin wordt gerekend. Een goede ontwikkeling van rekenconcepten in combinatie met het kunnen uitvoeren van daarbij passende oplossingsprocedures is daarvoor de basis.



6.1 Begripsvorming

Bij het uitvoeren van rekenactiviteiten en rekenopdrachten is het nodig dat studenten begrip blijven ontwikkelen van wat ze doen en waarom ze dat doen. Dit betekent dat de student zich iets kan voorstellen bij een rekenactiviteit in een bepaalde situatie en begrijpt wat er gebeurt in die situatie. Dit noemen we ‘betekenis verlenen’. Inzicht in *rekenconcepten* is nodig om adequaat te kunnen handelen in rekensituaties. Hiervoor is het beheersen van *rekentaal* onmisbaar. Studenten gebruiken deze rekentaal om te kunnen vertellen hoe zij denken en handelen en om over rekenen te kunnen communiceren. Juist in het mbo is het van groot belang dat studenten over rekenen redeneren en discussiëren met de docent en met elkaar. Daarom is het nodig dat zij hun rekentaal blijven ontwikkelen en herhalen.

Bij het (verder) ontwikkelen van rekenbegrippen spelen dan ook drie zaken een rol:

- verlenen van betekenis aan rekenhandelingen;
- ontwikkelen van rekenconcepten;
- ontwikkelen van rekentaal.

Wij bespreken deze drie componenten na elkaar, maar zij zijn nauw met elkaar verbonden. In paragraaf 6.5 bespreken wij hoe zij met elkaar samenhangen.

KERN

Rekenzwakke studenten

Voor rekenzwakke studenten blijft begripsvorming een voortdurend punt van aandacht. Gebrekkige begripsvorming kan leiden tot fragmentarische kennis en soms tot stagnatie in hun rekenontwikkeling.

6.2 Verlenen van betekenis aan rekenhandelingen

Rekenen in het dagelijks leven is altijd ingebed in functionele situaties. Het handelen van studenten (en volwassenen) in werkelijkheidssituaties heeft steeds een doel en een betekenis. In deze situaties zijn zij zelf de handelende persoon. Zij kopen bijvoorbeeld iets in een winkel. Zij gebruiken maten, beoordelen de ruimte en lezen de tijd af op de klok, hun mobieltje of horloge. Zij lezen de kilometerborden langs de weg en gebruiken zo de begrippen afstand en snelheid (bijvoorbeeld: 45 kilometer naar Utrecht, dat is ongeveer een half uur rijden). Alles gaat heel vanzelfsprekend door, dat zij zelf deel van de werkelijkheidssituatie zijn. Zij beleven de ervaring zelf (subjectgebonden). Tijdens dit handelen ontwikkelen studenten spontaan rekenconcepten en (persoonlijke) referenties. Vanwege de combinatie van de werkelijkheidssituatie met het handelen zijn deze concepten betekenisvol. Studenten begrijpen wat ze doen en begrijpen daardoor ook het onderliggende concept. Deze begrippen zijn in eerste instantie situatie- en subjectgebonden. Door toepassing in verschillende vergelijkbare situaties worden concepten meer losgekoppeld van specifieke situaties en hierdoor breder inzetbaar.

In het onderwijs hebben studenten leren rekenen uit een boek. De opdrachten zijn kunstmatig, omdat ze zijn ontworpen voor gebruik op school. Dergelijke opdrachten bestaan meestal uit tekst en afbeeldingen, als weergave van de werkelijkheid. Studenten kunnen pas betekenis verlenen aan de rekenopdracht als de opdracht herkenbaar voor hen is. Die kans is het grootst als opdrachten aansluiten bij hun werkelijke leven of als zij in staat zijn zich te verplaatsen in de (kunstmatige) situatie die in de opdracht is aangegeven. Dit vraagt van de studenten dat zij die situatie begrijpen

door de objectieve feiten en niet alleen door het herkennen van de (subjectieve) beleving. Dit type opdrachten noemen we ‘objectgebonden’. Van studenten mogen we verwachten dat zij zich kunnen verplaatsen in opdrachten die een werkelijkheidssituatie beschrijven waarvan zij zelf geen deel uitmaken.

Wat is de reistijd van huis naar school?

De afstand van huis naar school is ongeveer km

Hoelang doe je er ongeveer over?

a. met de auto

b. op de fiets

c. lopend

d. met de scooter

e. met openbaar vervoer

Afbeelding 6.1 Subjectgebonden rekenopdracht

Wat is de reistijd van Utrecht CS naar Bunnik NS?

Zoek op internet bij de ANWB de route van Utrecht CS naar Bunnik NS.

Hoelang doe je er ongeveer over?

a. met de auto

b. op de fiets

c. lopend

d. met openbaar vervoer



Afbeelding 6.2 Objectgebonden rekenopdracht

Studenten functioneren in twee werelden: de werkelijke wereld waarin getallen voor hen een persoonlijke betekenis hebben (subjectgebonden) en de onderwijswereld waarin getallen altijd een didactisch doel dienen (objectgebonden). Om deze twee werelden te verbinden maken auteurs van rekenboeken gebruik van ‘contexten’.

Contexten zijn weergaven van werkelijkheidssituaties. Ze zijn op de eerste plaats bedoeld om betekenis te kunnen verlenen aan de informatie waarmee de studenten gaan rekenen. Op de tweede plaats worden specifieke contexten geboden voor het (verder) ontwikkelen en gebruiken van rekenconcepten met bijbehorende oplossingsprocedures. Het tweede type contexten heeft meer een probleemkarakter dat uitdaagt tot nadenken, onderzoeken en handelen op verschillende niveaus.

Goede contexten passen bij het doel waarvoor de docent ze wil inzetten. Dat betekent dat de ene keer de betekenisverlening voorop staat en een andere keer het ontwikkelen van oplossingsprocedures of de complexiteit van het probleem. Een context bestaat meestal uit een afbeelding van een (herkenbare) situatie, soms in combinatie met tekst. Contexten die alleen uit tekst bestaan doen een groter beroep op het voorstellingsvermogen (en het taalvermogen) van de student en vormen daarmee voor bepaalde studenten en struikelblok. Contexten helpen studenten het formele rekenen te begrijpen.

KERN Het rekenonderwijs kan niet zonder contexten

- Contexten vormen de brug tussen het formele rekenen op school en de wereld buiten de school.
- Zij zijn bruikbaar als zij passen bij de belevingswereld van de student.
- Zij activeren de student tot vertellen (verwoorden), visualiseren en redeneren, bij voorkeur in interactie met anderen.
- Zij zijn bedoeld voor het ontwikkelen van betekenisvolle rekenconcepten.
- Zij ondersteunen de student bij het (verder) ontwikkelen van oplossingsprocedures.
- Zij helpen de student bij het betekenis verlenen aan het rekenhandelingen.

Voor mbo-studenten geldt dat contexten complexer kunnen worden en gerelateerd moeten zijn aan werkelijkheidssituaties. Er kan soms ook afleidende informatie in zitten. Dit komt beter overeen met de overdosis informatie waar zij zich in het dagelijks leven doorheen moeten werken om de kern van een situatie te achterhalen. Studenten leren zo relevante informatie te herkennen en selecteren.

KERN Rekenzwakke studenten

Sommige studenten hebben moeite om zich te kunnen verplaatsen in situaties die zij niet zelf hebben meegemaakt. Opdrachten in rekenboeken of in andere boeken blijven opdrachten uit een boek. Zij kunnen hun eigen informele ervaringen niet direct koppelen aan de (formele) schoolse opdrachten. Zij ervaren dat als twee gescheiden werelden. Dit maakt dat zij moeite kunnen hebben met het begrijpen van rekenopdrachten in een boek. Voor studenten die bovendien veel moeite hebben met het lezen en begrijpen van teksten kan dat een struikelblok zijn.

Hier ontstaat een didactische valkuil. Bij rekenzwakke studenten maakt de docent soms snel de stap naar 'kale sommen'. Dit leidt tot betekenisloos rekenen (goochelen met getallen) en kan de rekenzwakke student juist (verder) in verwarring brengen. De student verliest het doel (het kunnen toepassen in de echte wereld) uit het oog omdat hij zich niets bij de bewerking (oplossingsprocedure) kan voorstellen. Het rekenen bestaat dan alleen uit formele rekentaal.

Juist voor rekenzwakke studenten is het belangrijk dat zij de rekenopdrachten begrijpen door de inzet van goede (= voor hen betekenisvolle) contexten. Alleen zulke contexten helpen hen de stap te maken van het informeel betekenisvol rekenen naar het formeel rekenen (berekeningen uitvoeren en sommen maken). Hierbij spelen de ontwikkeling van taal, het visueel voorstellen en het begrijpen van oplossingsprocedures een cruciale rol.

Als een context van een rekenopdracht uit veel tekst bestaat, wordt de rekenopdracht een leesopdracht. Vaak gaat het hier alleen om een toelichting bij een (visuele) context. Bij een goede, visueel sterke context is tekst als toelichting overbodig. Voor rekenzwakke studenten kan veel of afleidende informatie in een context belemmerend werken. Voor hen is het beter om contexten te gebruiken met een goede afbeelding en weinig tekst, zodat zij de opdracht sneller doorzien en minder ballast in hun werkgeheugen hoeven op te slaan.



Hoe reist Nederland dagelijks naar het werk?

Ruim vijf miljoen mensen gaan elke dag naar hun werk. Zes op de tien mensen stappen dagelijks in de auto. Een kwart gaat met de fiets en 3 procent gaat lopend naar het werk. Nog geen 10 procent reist met het openbaar vervoer. Automobilisten rijden gemiddeld ruim 22 kilometer en doen daar een half uur over. Treinreizigers leggen met ruim 47 kilometer gemiddeld de langste afstand af en zijn daarvoor 67 minuten onderweg. Mensen die lopen zijn tien minuten bezig.
(Uit: CBS - 17/02/04)

Afbeelding 6.3 Visueel beeldende context en talige context

6.3 Ontwikkelen van rekenconcepten







Van oudsher is het rekenonderwijs sterk gericht op het aanleren van oplossingsprocedures om het goede antwoord op een som te vinden. In die benadering lijkt het alsof de student zich de benodigde rekenconcepten vanzelf eigen maakt door en tijdens het oplossen van rekenopdrachten. De didactiek van 'Zo doe je dat!'. Wellicht dat een sterke rekenaar dat op eigen kracht kan, maar de meeste studenten hebben hierbij gerichte ondersteuning nodig. Als een student procedures leert zonder de onderliggende rekenconcepten te begrijpen, doet dat een groot beroep op zijn geheugen in plaats van op zijn begrip. De kans op fouten en op vergeten 'hoe het moet' wordt groter.

De didactiek die dit protocol voorstaat, werkt anders. De student krijgt opdrachten vanuit goede contexten. Dit is een voorwaarde voor het ontwikkelen van betekenisvolle rekenconcepten. Hierdoor ontwikkelt de student inzicht. Dit inzicht dient vervolgens als basis om de aanpak van een bepaald type opdracht in herinnering te roepen.

Een voorbeeld is de manier waarop in het onderwijs inzicht in en rekenen met breuken en verhoudingen worden geïntroduceerd. Deze start gebeurt dikwijls met behulp van de 'pizzacontext'. De hierbij behorende oplossingsprocedures worden aanvankelijk geoefend met afbeeldingen. Deze zijn een weergave van verschillende situaties waarin pizza's eerlijk worden verdeeld onder een aantal personen. De studenten hebben geleerd daarbij berekeningen uit te voeren door te tekenen en resultaten te noteren. Afgeleid van dergelijke concrete contexten hebben studenten denkmodellen ontwikkeld die het oplossen van rekenvraagstukken rondom breuken ondersteunen.

Rekenboeken bieden denkmodellen aan die zijn gebaseerd op dergelijke contexten, zoals bijvoorbeeld het denkmodel van de pizzacontext (het pizzamodel). Aanvankelijk zijn denkmodellen vrij concreet: het object of de situatie is zichtbaar of voorstelbaar. Daarna worden de modellen meer schematisch en de oplossingsprocedures steeds formeler. Geleidelijk aan zijn studenten steeds meer vertrouwd geraakt met de formele bewerkingen met breuken. Dan kunnen zij ook zonder contexten en zonder ondersteuning van tekeningen of denkmodellen formele bewerkingen uitvoeren.

Hoeveel krijgt ieder?

 <p>Wij delen 1 pizza met 2 personen</p>	 $\frac{1}{2}$ <p>ieder krijgt pizza</p>
 <p>Wij delen 1 pizza met 4 personen</p>	 $\frac{1}{4}$ <p>..... ieder krijgt pizza</p>
 <p>Wij delen 1 pizza met 3 personen</p>	 $\frac{1}{3}$ <p>..... ieder krijgt pizza</p>

Afbeelding 6.4 Het pizzamodel

Naarmate een student meer rekenervaring heeft opgebouwd kan hij meer afstand nemen van de concrete situatie (objectiveren, objectgebonden). Hij kan zelf een afbeelding of een model maken of er een gebruiken. Hiermee kan hij de situatie voorstellen of visualiseren via bijvoorbeeld een foto of tekening, een strook, een lijn of een cirkel. Naarmate de student verder vordert in rekenen, kan hij zich steeds gemakkelijker voorstellen wat er gevraagd wordt en begrijpen wat de onderlinge relatie is tussen de gegevens (de getallen) uit de opdracht.

Bij het herhalen en verder ontwikkelen van rekenconcepten (bijvoorbeeld breuken en procenten) is het nodig om deze stappen telkens weer opnieuw uit te voeren. De docent laat de student zich eerst inleven in de situatie (subjectgebonden), vervolgens laat hij hem zich deze situatie concreet voorstellen en daarna weergeven in een afbeelding of een model (objectgebonden). Deze stappen koppelt hij vervolgens of tegelijkertijd aan het formele rekenen.

KERN Rekenzwakke studenten

Rekenzwakke studenten in het mbo hebben vaak vanaf de eerste jaren dat ze hebben leren rekenen een zwakke basis opgebouwd voor het formele rekenen. Zij hebben moeite met het begrijpen van rekenopdrachten en met name om zelf te herkennen en verwoorden hoe zij het meer concrete informele handelen kunnen koppelen aan of vertalen in formele bewerkingen. Hierdoor ontstaan onvolledige, gebrekkige concepten die leiden tot fragmentarische kennis en een zwakke rekenkundige basis. Deze zwakke basis is belemmerend voor het ontwikkelen van meer complexe begrippen als breuken, procenten, oppervlakte en 'rekenen met schaal'.

Rekenzwakke studenten blijken minder in staat te zijn om het geleerde in relevante, associatieve netwerken (paragraaf 8.2) op te slaan in hun geheugen. Dit komt doordat zij de onderlinge samenhang tussen bepaalde concepten missen. Zij zien bijvoorbeeld de samenhang niet tussen tellen, optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. Of de samenhang tussen breuken en decimale getallen. Hierdoor kunnen zij de informatie gebrekkig onthouden. Dit belemmert het verder ontwikkelen en gebruiken van deze rekenconcepten.

Voor rekenzwakke studenten blijft het vormen en verbinden van rekenconcepten een belangrijk aandachtspunt gedurende hun hele schoolloopbaan.

6.4 Ontwikkelen van rekentaal

Rekenen kan niet zonder taal. Taal is het middel om de betekenis van situaties en rekenhandelingen te benoemen en daarover te communiceren (semantiseren). Deze taal is ook nodig om na te denken over rekensituaties en verbanden te leren herkennen.

De ontwikkeling van taal en rekenen gaan hand in hand door spontane interactie en communicatie tussen studenten en volwassenen en tussen studenten onderling. In het onderwijs wordt bij het rekenen naast de algemene (meer informele) *communicatietaal* ook specifieke *rekentaal* gebruikt. Docenten gebruiken bovendien een meer formele *instructietaal* (schooltaal) tijdens de lessen.

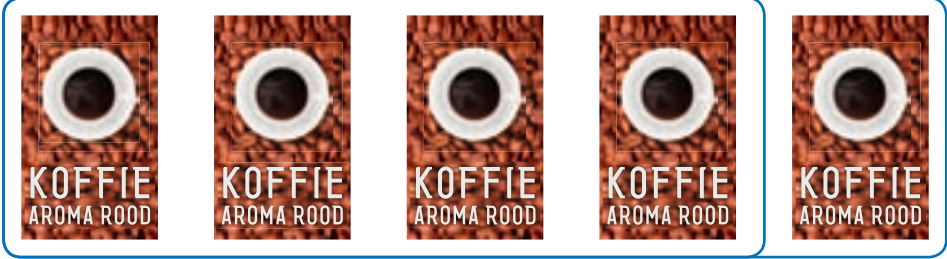
In het algemeen gebruiken studenten *communicatietaal* om te vertellen wat ze doen en om met elkaar te overleggen. Daarbinnen gebruiken ze de *rekentaal* om rekenconcepten te verduidelijken en om formele bewerkingen, notaties en de daarbij behorende symbolen te benoemen (optellen, aftrekken, breuken, procenten; +, -, $\frac{1}{2}$, %, =, ≈, >, < enzovoort). Rekentaal gebruikt de student voor het begrijpen van en het verlenen van betekenis aan situaties waarin rekenhandelingen en bewerkingen worden uitgevoerd. Rekentaal ontwikkelt zich (verder) door dergelijke rekenhandelingen en bewerkingen te verrichten en door erover te praten.

Rekenkundig denken speelt zich af in het hoofd van de student. De docent probeert de student te laten expliciteren wat hij zich bij een situatie (context) voorstelt en hoe hij een opdracht uitwerkt. Hij laat de student vertellen, hardop denkend een opdracht uitvoeren (bijvoorbeeld de lengte en breedte van het lokaal opmeten) en laat hem tekenen of schematiseren. Daarmee laat de student zien of hij een situatie begrijpt. Aan de taal die de student gebruikt om zijn rekenactiviteiten toe te lichten kan de docent horen of de student de situatie (context), het doel van de rekenopdracht en de gebruikte oplossingsprocedure begrijpt.


Een student heeft echt begrepen wat er in een opdracht gevraagd wordt als hij zelf een formele bewerking kan toelichten, daar een voorbeeld (context) bij kan bedenken en de context eventueel kan tekenen.

Discussies tussen studenten over rekenactiviteiten, bijvoorbeeld hoe zij een probleem oplossen, stimuleert de ontwikkeling en het gebruiken van rekentaal en daardoor tevens het rekenkundig redeneren.

Welke aanbieding heb je liever?



1 Vijf halen, vier betalen!
2 Vier betalen plus één gratis!



Afbeelding 6.5 Rekenkundig redeneren

Tijdens de lessen maken de docent en de studenten gebruik van *instructietaal*. Dit is de taal die de docent gebruikt om iets uit te leggen, opdrachten te geven en te bespreken (bijvoorbeeld huiswerk). Het is ook de taal om samen met de studenten te reflecteren op wat zij hebben gedaan en hoe, en om het resultaat te beoordelen. Voor studenten die auditief en verbaal zwak zijn, is het van belang mondelinge instructie visueel te ondersteunen met voorwerpen en gebaren, afbeeldingen, schema's en woorden op het bord. Digiborden zijn een uitstekend hulpmiddel voor visuele ondersteuning bij instructie.

KERN Rekenzwakke studenten

Communicatietaal, rekentaal en instructietaal worden altijd door elkaar gebruikt tijdens de rekenles. Voor studenten die zwak zijn in taal en problemen hebben met lezen is visuele ondersteuning belangrijk.

Voor rekenzwakke studenten is het van belang dat zij rekentaal en instructietaal leren onderscheiden. De docent maakt systematisch verschil tussen beide. Hij gebruikt rekentaal om bijvoorbeeld concepten op te roepen (*Waarom denk je als je $\frac{1}{3}$ ziet?*). Instructietaal gebruikt de docent om iets uit te leggen en om opdrachten te geven (*Kun je een tekening maken bij deze opdracht?*). Bij rekentaal is het belangrijk dat de begrippen eenduidig worden gebruikt. Ook instructietaal moet helder en duidelijk zijn en wordt bij voorkeur visueel ondersteund. Communicatietaal is spontaan en flexibel.

6.5 Samenhang bij begripsvorming als geheel

Het verlenen van betekenis, het ontwikkelen en gebruiken van rekenconcepten en van rekentaal vormen één geheel. Dit noemen we 'begripsvorming'. In deze paragraaf bespreken wij de samenhang.

Studenten hebben in de voorafgaande jaren geleidelijk aan steeds meer begrip ontwikkeld van belangrijke rekenconcepten. Zij kennen de betekenis van het getallensysteem, eigenschappen van en verbanden tussen getallen en bewerkingen (Dolk, 2005). Studenten hebben deze inzichten verworven in betekenisvolle situaties. Begrip ontstaat geleidelijk door experimenteren, reflectie, interactie (uitleggen aan iemand anders), toepassen in andere situaties (transfer) en door oefenen (subjectgebonden). Naarmate studenten meer concrete ervaringen hebben opgedaan, kunnen zij op een meer voorstelbare manier omgaan met die ervaringen. Ze hebben deze concrete situaties minder nodig en het wordt makkelijker om complexere en meer abstracte begrippen te ontwikkelen (objectgebonden).

Bij een doorgaande rekenontwikkeling gaan toenemende *begripsontwikkeling* en *semantisering* (ontwikkeling van rekentaal) hand in hand (Nelissen, Boswinkel & De Goeij, 2007). Studenten maken zich steeds meer rekenconcepten eigen en gaan de eigenschappen van en relaties tussen getallen en bewerkingen op een steeds formeler niveau begrijpen. Zij ontwikkelen getalnetwerken die zij gebruiken voor het uitvoeren van oplossingsprocedures. Dit is de basis voor functionele gecijferdheid.

Voorbeelden van eigenschappen van en relaties tussen getallen en bewerkingen zijn:

- de rekenconcepten rondom eenheden, tientallen, honderdtallen, de betekenis van de nul en het doorzien van getalstructuren (verschil tussen 13047 en 1347);
- het onderscheid en de samenhang tussen hele getallen, breuken en decimale getallen;
- de samenhang tussen breuken, decimale getallen en procenten als onderdeel van verhoudingen;
- het matensysteem van lengte, gewicht en inhoud en de onderlinge relatie van deze maten binnen het metriek stelsel;
- rekenen met geld, tijd en temperatuur;
- concepten als oppervlakte, schaal, kwadraat, kubieke meter, snelheid per uur, windkracht enzovoort.

6.6 Signalering bij begripsvorming

S₁ – Problemen met het verlenen van betekenis

Rekenzwakke studenten hebben vaak moeite met het verlenen van betekenis aan getallen. Contexten helpen de student de stap te maken van het informele betekenisvolle rekenen naar het formele, abstracte rekenen (berekeningen uitvoeren en sommen maken). Hierbij spelen de ontwikkeling van taal, het visueel voorstellen en oplossingsprocedures een cruciale rol.

S₂ – Gebrekkige conceptvorming

Rekenzwakke studenten hebben vaak moeite met de ontwikkeling van goede rekenconcepten. De koppeling van het concrete handelen aan formele bewerkingen en de daarbij passende rekentaal gaat niet vanzelf. Hierdoor kunnen gebrekkige concepten zijn ontstaan. Een zwakke basis kan met name belemmerend zijn bij het ontwikkelen van complexere begrippen als breuken en procenten. Voor rekenzwakke studenten blijft conceptvorming een struikelblok gedurende hun hele schoolloopbaan. Dit is een signaal voor mogelijke stagnatie in de rekenontwikkeling.

6.7 Begeleiding bij begripsvorming

- Bij begeleiding van studenten gaat het er in de eerste plaats om een omgeving te creëren waarin studenten met plezier rekenen en kunnen experimenteren met materialen en modellen. De volgende algemene adviezen kunnen hierbij van dienst zijn.
 - Breid de instructietijd zodanig uit dat er voldoende gelegenheid is om aanvullende, specifieke instructie te geven, afgestemd op de individuele student.
 - Zorg voor een cultuur waarin het verlenen van betekenis en het koppelen van het informele rekenen aan het formele rekenen een vanzelfsprekend onderdeel is.
 - Benut concrete ervaringen van de studenten en toepassingen in andere vakken als contexten.
 - Zorg voor voldoende tijd en rust zodat de studenten een nieuw onderwerp in de vingers kunnen krijgen. Belangrijk is dat studenten hierbij redeneren, (aan elkaar) uitleggen, fouten durven maken, afwisselend alleen en in tweetallen/groepjes werken, zelfstandig nadenken en ook zelf oplossingen bedenken.
 - Besteed zorgvuldig aandacht aan rekentaal. Laat de studenten vertellen/verwoorden in combinatie met doen, tekenen en schematiseren (visualiseren/voorstellen). Dit gebeurt in gesprek met de docent en medestudenten. Rekenzwakke studenten hebben belang bij eenduidig taalgebruik; gebruik steeds dezelfde omschrijving van eenzelfde begrip.
 - Wees uitnodigend, bevragend en spiegelend. Stimuleer de student, opper mogelijke procedures die aansluiten bij wat hij al weet en help hem nieuwe procedures ontdekken. *Kan het ook anders?*
 - Maak gebruik van aanknopingspunten die rekenboeken bieden bij bepaalde activiteiten.
 - Besteed aandacht aan het associatief oefenen. Laat de student voortdurend de samenhang tussen de verschillende rekenconcepten en bewerkingen zien en ervaren. Bijvoorbeeld de samenhang tussen breuken, decimale getallen en procenten. Weten dat $\frac{3}{4}$ hetzelfde is als 0,75 of 75%. Hierdoor ontwikkelen studenten steeds weer betekenisvolle associatieve getalennetwerken.

- Houd er rekening mee dat bij de begeleiding van rekenzwakke studenten verbetering van hun begripsvorming altijd aandacht nodig heeft. Dit geldt zowel voor de betekenisverlening als voor het ontwikkelen van de rekenconcepten en het gebruik van rekentaal.
- Besteed gericht aandacht aan het onthouden van informatie tijdens de verkenning van nieuwe onderwerpen. Sluit aan bij de voorkennis van de studenten, maar laat hen die wel eerst zelf activeren. Oefen met het bewust benoemen van de samenhang tussen de verschillende concepten en laat hiermee ook associatief oefenen. Hierbij gaat het met name om de volgende punten:
 - Het verwerven van inzicht in getalstructuren, eigenschappen van getallen en de basisbewerkingen, procedures van de basisbewerkingen cijferend optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen, breuken en decimale getallen, verhoudingen en procenten, het metriek stelsel, het bepalen van referentiepunten bij schattend rekenen.
 - Het verwerven van inzicht in de samenhang daartussen, bijvoorbeeld tussen de basisbewerkingen onderling, verhoudingen, breuken, decimale getallen en procenten, de maateenheden binnen het metriek stelsel.

7 **Hoofdlijn 2: verder ontwikkelen en consolideren van oplossingsprocedures**

Goede oplossingsprocedures vormen de basis van goede rekenvaardigheid.



7.1 Oplossingsprocedures

De eerste Hoofdlijn (zie afbeelding 5.2) bij het leren rekenen is het verlenen van betekenis aan reksituaties en de conceptontwikkeling. In de onderwijssituatie gebeurt dat door te werken met 'contexten'. Contexten bieden de student de mogelijkheid om oplossingsprocedures te ontwikkelen die gebaseerd zijn op begrip. Daardoor krijgt het formele rekenen betekenis voor de studenten. Contexten verbinden de eerste Hoofdlijn met de tweede. De tweede Hoofdlijn is het (verder) ontwikkelen en consolideren van oplossingsprocedures. De oplossingsprocedures waar het hier om gaat zijn:

- basisbewerkingen;
- complexere bewerkingen;
- hoofdrekenen en rekenen op papier;
- schatten en precies rekenen;
- werken met een rekenmachine en met een spreadsheet.

Het beheersen van de basisbewerkingen (tellen, optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) is voorwaarde voor het kunnen uitvoeren van alle berekeningen. Na de basisbewerkingen volgen de (complexere) bewerkingen met verhoudingen, breuken, decimale getallen, procenten en berekeningen met tijd, geld en maateenheden. Veel rekenopdrachten bestaan uit samengestelde bewerkingen waarbij studenten meer denkstappen en handelingen moeten uitvoeren.

Bij het uitvoeren van bewerkingen op papier onderscheiden we enerzijds het gebruik maken van standaardalgoritmes en anderzijds het 'handig rekenen'. Bij handig rekenen bedenken de studenten zelf berekeningen bij rekenopdrachten en rekenen zij deze op een eigen wijze uit. Bij een goede rekenvaardigheid is het handig rekenen gebaseerd op kennis van eigenschappen van en inzicht in relaties tussen getallen en bewerkingen.

Bij alle bewerkingen maken we onderscheid tussen schatten en precies rekenen. Het rekenen met mooie getallen is de basis voor schattend rekenen. In het dagelijks leven zijn verschillende situaties denkbaar waarin schattend rekenen voldoende is, zoals tijdens het winkelen overzien of je genoeg geld bij je hebt om de boodschappen in je winkelwagen te betalen. Dit schattend rekenen doen we meestal uit ons hoofd.

Bewerkingen op papier zijn meestal bedoeld voor het uitvoeren van precieze berekeningen. Hierbij is het van belang dat we een bewerking kiezen waarvan we van tevoren weten dat het antwoord gaat kloppen als we de berekening goed uitvoeren. Soms is daarvoor een algoritme de juiste keuze. In een andere situatie kan het zijn dat handig rekenen tot een snel en goed antwoord leidt.

Naast het rekenen uit het hoofd en op papier is het ook van belang dat de student een rekenmachine kan gebruiken bij het uitvoeren van bewerkingen. Ook kan de docent overwegen om studenten met een spreadsheet te laten werken. Dit doet een beroep op goed ontwikkelde rekenconcepten en leidt tot werkelijke verdieping van rekenkennis en vaardigheden.

7.2 Basisbewerkingen

De basisbewerkingen van oplossingsprocedures bestaan uit tellen, optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. Kennis van en inzicht in het tientallig stelsel (eenheden, tientallen, honderdtallen, duizendtallen enzovoort) is voorwaarde om de basisbewerkingen te kunnen uitvoeren. Alle studenten hebben hiermee leren werken in het basisonderwijs. In het mbo wordt ervan uitgegaan dat studenten de waarde van de cijfers in een getal kunnen benoemen. Zij begrijpen wat er gebeurt als getallen worden opgeteld, afgetrokken, vermenigvuldigd of gedeeld. Tevens wordt verondersteld dat zij vlot kunnen tellen vanaf elk willekeurig getal. De betere studenten beschikken meestal over een goede kennis van het getallensysteem. Zij beheersen de basisbewerkingen. Voor hen is het voldoende om de basisbewerkingen te consolideren en te onderhouden.

KERN

Rekenzwakke studenten

Rekenzwakke studenten hebben over het algemeen nog veel behoefte aan visuele ondersteuning bij het formele rekenen. Zij hebben vaak nog onvoldoende inzicht ontwikkeld in het getallensysteem, met name bij het rekenen met getallen boven de duizend. Zij hebben hierdoor een zwak fundament voor het uitvoeren van de basisbewerkingen.

Studenten die de structuur van getallen niet begrijpen, kunnen moeite hebben met het uitspreken en schrijven van grotere getallen en met het maken van berekeningen. Een getal als tienduizend vierentwintig, bijvoorbeeld, schrijven zij als 1024 in plaats van 10.024. Het HTE-model (honderdtallen, tientallen, eenheden) en de daarop aansluitende vervolgmogelijken zoals het DHTE- en het TDHTE-model kunnen ondersteuning bieden bij het uitvoeren van bewerkingen. De docent kan deze modellen ook gebruiken bij optellen, aftrekken en vermenigvuldigen.

HTE-model en DHTE-model

H	T	E
321		
3	0	0
	2	0
		1

D	H	T	E
4321			
4	0	0	0
	3	0	0
		2	0
			1

Afbeelding 7.1 HTE-model en DHTE-model

Als de student de basisbewerkingen onvoldoende beheerst, wordt ook het leren en gebruiken van de tafels problematisch. Rekenzwakke studenten tonen soms gebrekkige kennis van de tafels.

Rekenzwakke studenten hebben vaak fragmentarische kennis en gebrekkige oplossingsprocedures ontwikkeld. Daardoor missen zij de basis en worden zij min of meer geforceerd om zonder inzicht op een formeel niveau te werken. Wanneer zij proberen om onbegrepen procedures uit te voeren, gaan zij goochelen met getallen. Dit levert een grote belasting van het geheugen op, waardoor verwarring kan ontstaan.

Een gebrekkige beheersing van de basisbewerkingen kan leiden tot een stagnerende ontwikkeling van rekenen.

7.3 Complexere bewerkingen

Beheersing van de basisbewerkingen is voorwaarde om complexere bewerkingen uit te voeren. Complexere bewerkingen bestaan uit onderlinge combinaties van basisbewerkingen. Dit kunnen bijvoorbeeld combinaties zijn van basisbewerkingen met bewerkingen uit de domeinen verhoudingen, meten en meetkunde en tot slot verbanden. Hierbij gaat het met name om berekeningen met breuken, decimale getallen, procenten en om schaalberekeningen. Kennis en begrip van verhoudingentaal is hierbij voorwaardelijk, bijvoorbeeld het verschil weten tussen één op de vier en één op vier.

Bij breuken en decimale getallen gaat het om het verwerven van inzicht in en het rekenen met kernbegrippen als de helft, een kwart, een tiende, een vijfde, een derde. Dit gebeurt in het basisonderwijs op informele wijze en met ondersteuning van afbeeldingen en denkmodellen. In het voortgezet onderwijs en ook in het mbo is herhaling hiervan nog vaak gewenst en soms noodzakelijk.

Het verwerven van inzicht in decimale getallen, bijvoorbeeld, wordt meestal gekoppeld aan het rekenen met geld en aan meten. Het is niet vanzelfsprekend dat de student tegelijkertijd ook de samenhang met breuken en procenten leert begrijpen. De docent moet die samenhang steeds blijven benadrukken. De student weet bijvoorbeeld dat een halve euro hetzelfde is als 50 cent en dat je dat schrijft als € 0,50. Zo ook dat 10 cent geschreven wordt als € 0,10 en dat dit een tiende deel is van een euro. De student leert ook dat $\frac{1}{10}$ deel hetzelfde is als 10% van iets. Bij het uitvoeren van berekeningen op de rekenmachine kan de student hierbij vermenigvuldigen met decimale getallen, bijvoorbeeld 0,10 keer een getal om een percentage van 10% uit te rekenen of 0,9 keer een bedrag om een prijs met een korting van 10% uit te rekenen.

Het uitvoeren van bewerkingen met breuken, decimale getallen en procenten kan alleen tot goede resultaten leiden als studenten ook echt inzicht hebben in deze concepten en de onderlinge samenhang doorzien.

Bij het domein meten en meetkunde is het van belang dat studenten zelf voldoende experimenteren met lengte, gewicht en inhoud. Zij hebben maten leren aflezen, benoemen en vergelijken en kunnen berekeningen met maten uitvoeren. Zij zijn vertrouwd met meten en maten, maar het metriek stelsel blijkt voor veel studenten een ingewikkeld systeem te zijn. Bij rekenen met maten komen ook complexere berekeningen aan de orde, zoals het berekenen van omtrek en oppervlakte, rekenen met schaal, rekenen met inhoud en volume. Veel studenten hebben hier nog veel moeite mee. Ook het omrekenen van maten vraagt blijvend onderhoud. Denk bijvoorbeeld aan het omrekenen van kilometers naar meters en omgekeerd, of van centiliters naar liters. Dit geldt ook voor het rekenen met geld en tijd.

Kennis van en gevoel voor referentiematen kunnen de student helpen bij het rekenen met maten. Weten dat een liter water of een liter melk in een melkpak van 1 liter (1000 ml) past en dat dit een kilo (= 1000 gram) weegt. Verbindingen leggen tussen een halve kilo en een halve liter. Ook weten dat een kilometer even lang is als 1000 meter en dat een deur ongeveer 2 meter hoog is.

KERN Rekenzwakke studenten

Met name voor rekenzwakke studenten is het van belang om een zorgvuldig uitgelĳnd programma aan te bieden waarbij zij systematisch kennis maken en leren rekenen met de basiskennis binnen het domein verhoudingen en het domein meten en meetkunde.

Voldoende aandacht en tijd voor conceptontwikkeling is voorwaarde om complexere berekeningen op het terrein van breuken, procenten, verhoudingen, decimale getallen en meten te kunnen uitvoeren. Het leren van oplossingsprocedures bij complexere bewerkingen vraagt veel zorgvuldige aandacht en kost tijd.

7.4 Hoofdrekenen en rekenen op papier

Alle studenten hebben in het basisonderwijs leren hoofdrekenen. Deze vaardigheid is van belang bij het uitvoeren van snelle berekeningen in dagelijkse situaties, met name met mooie getallen. Hierbij is veel aandacht besteed aan het kunnen gebruiken van eigenschappen van getallen en bewerkingen en van relaties tussen bewerkingen. Dit leidt tot *handig rekenen*. Zie bijvoorbeeld afbeeldingen 7.2 en 7.3.

$$8 \times 250 = 4 \times 500 = 2 \times 1000 = 2000$$

Afbeelding 7.2 Verdubbelen en halveren

Getallen die eindigen op een 0 of een 5 zijn altijd deelbaar door 5.
 Als je een getal met 5 vermenigvuldigt, eindigt de uitkomst altijd op een 0 of een 5.
 Bij het vermenigvuldigen van oneven getallen met 5 eindigt de uitkomst altijd op een 5.
 Bij het vermenigvuldigen van even getallen met 5 eindigt de uitkomst altijd op een 0 (een tiental).

Bij de even getallen die worden vermenigvuldigd met een 3 (3, 13, 23, 33 enzovoort) is de uitkomst altijd een even getal.
 Bij de oneven getallen die worden vermenigvuldigd met een 3 (3, 13, 23, 33 enzovoort) is de uitkomst altijd een oneven getal.

De regel hierbij is:

even x even = even
 oneven x oneven = oneven
 even x oneven = even

Afbeelding 7.3 Eigenschappen van bewerkingen

Bij het hoofdrekenen met grotere getallen en complexere bewerkingen mogen studenten een kladblaadje gebruiken. Verondersteld wordt dat een student bewerkingen als 5×125 uit het hoofd kan uitrekenen. Hierbij kan hij tussenstappen onthouden of even noteren op een kladblaadje, bijvoorbeeld: $500 + 125$ of $250 + 250 + 125$.

Daarnaast heeft de student geleerd om bewerkingen op papier uit te voeren. Dit kan op basis van standaardprocedures en algoritmes (cijferend optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) of aan de hand van vrije bewerkingen. Cijferen wordt uitgevoerd met behulp van *algoritmes*. Een algoritme is een vaste procedure die altijd leidt tot de juiste oplossing. De stappen binnen een algoritme worden in een vaste volgorde uitgevoerd.

Bij het traditionele cijferen en ook bij het kolomsgewijs cijferen blijft inzicht een noodzakelijke basis. Een belangrijk aanknopingspunt is dat de student kan vertellen wat er gebeurt tijdens het uitvoeren van het algoritme. Welke stappen neemt hij en waarom?

Goed uitgevoerde algoritmes zijn efficiënt omdat ze leiden tot het juiste antwoord. Onbegrepen algoritmes zijn foutgevoelig en doen een groot beroep op het geheugen.

Van belang is bijvoorbeeld dat de student doorziet dat er bij een staartdeling helemaal niet wordt gedeeld. Het grootste getal wordt wel gedeeld door het kleinste getal (de deler), of omgekeerd, maar de uitvoering van de procedure bestaat alleen uit vermenigvuldigen en aftrekken.

Staartdeling

$3704:8 =$

Lange staart	Korte staart	Traditionele staartdeling
$ \begin{array}{r} 8 \overline{) 3704} \\ \underline{3200} \\ 504 \\ \underline{400} \\ 104 \\ \underline{80} \\ 24 \\ \underline{24} \\ 0 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 8 \overline{) 3704} \\ \underline{3200} \\ 504 \\ \underline{480} \\ 24 \\ \underline{24} \\ 0 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 8 \overline{) 3704} \quad 463 \\ \underline{32} \\ 50 \\ \underline{48} \\ 24 \\ \underline{24} \\ 0 \end{array} $
$ \begin{array}{r} 400 \\ 50 \\ 10 \\ 3 + \\ \hline 463 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 400 \\ 60 \\ 3 + \\ \hline 463 \end{array} $	

Afbeelding 7.4 Staartdeling

De betere student zal deze procedures beheersen. De vaardigheid bij zowel het hoofdrekenen als het rekenen op papier vraagt om blijvend oefenen, onderhouden en consolideren. Dat geldt voor alle studenten. Daarnaast kunnen studenten bij complexere bewerkingen ter ondersteuning een rekenmachine gebruiken (zie paragraaf 7.6).

KERN Rekenzwakke studenten

Voor rekenzwakke studenten kan hoofdrekenen een groot probleem zijn. Studenten die onvoldoende vertrouwd zijn met het getallensysteem en die de basisbewerkingen onvoldoende beheersen, kunnen onzeker raken. Voor hen is een kladblaadje altijd wenselijk. Hiermee hangt samen dat rekenzwakke studenten problemen ervaren met het verwerven van complexe procedures zoals algoritmes. Zij lopen vast bij het uitvoeren daarvan. Voor hen kan de rekenmachine een goed alternatief zijn. Toch is het raadzaam om ook de rekenzwakke studenten vooral bij bewerkingen met ‘mooie getallen’ eerst uit het hoofd of op papier te laten rekenen en daarna hun berekening te laten controleren met de rekenmachine.

7.5 Schatten en precies rekenen

Goede rekenaars zijn in staat om in een situatie te bepalen of zij een precieze berekening moeten uitvoeren of dat een schatting voldoet. Schattend rekenen is ook van belang om te kunnen bepalen of een precieze berekening tot de juiste uitkomst heeft geleid. Goed kunnen schatten is echter niet hetzelfde als raden. Een goede schatting is gebaseerd op kennis van eigenschappen van getallen en bewerkingen en op referentiepunten en referentiematen. Zie bijvoorbeeld afbeeldingen 7.2 en 7.3. Hiervoor is het nodig dat studenten kunnen rekenen met mooie ronde getallen, afronden, verdubbelen en halveren, tweelingsommen maken ($4 \times 6 = 6 \times 4$), vermenigvuldigen met een factor 10 enzovoort. Zij kunnen in een situatie waarin geschat moet worden snel bepalen welke referentiepunten zij nodig hebben en welke berekening daarbij past.

KERN Rekenzwakke studenten

Voor rekenzwakke studenten is schattend rekenen een groot probleem. Door hun gebrekkige kennis van het getallensysteem en onvoldoende beheersing van de basisbewerkingen is het voor hen haast ondoenlijk om op adequate wijze een schatting te maken. Alleen bij eenvoudige bewerkingen zoals optellen van twee getallen die mooi kunnen worden afgerond, bijvoorbeeld $96 + 196$, is een schatting op basis van afronden nog te overzien. Afronden op honderdtallen of tientallen lukt nog wel. Bij complexere bewerkingen zullen deze studenten meer baat hebben bij precieze berekeningen of een rekenmachine.

7.6 Werken met de rekenmachine

Voor het uitvoeren van complexere bewerkingen zijn veel studenten gebaat bij het goed kunnen inzetten van de rekenmachine. Om het trucmatig handelen te voorkomen is het van belang dat de docent voortdurend koppelingen legt met hoofdrekenen en met bewerkingen op papier. Daarbij doet hij een beroep op onderliggend inzicht in oplossingsprocedures. Zonder dit inzicht is het niet mogelijk zinvol en effectief gebruik te maken van de rekenmachine.

Het gebruiken van een rekenmachine is voor de meeste studenten vooral een hulpmiddel voor:

- het controleren van berekeningen op papier en uit het hoofd;
- het snel en met inzicht kunnen rekenen;
- het uitvoeren van complexere berekeningen en rekenen met lastige getallen, vooral in functionele situaties;
- het compenseren van onvoldoende beheerste oplossingsprocedures;
- het controleren van schattingen.

Berekeningen uitvoeren met de rekenmachine gaat vaak ook veel sneller dan het uitvoeren van berekeningen op papier of uit het hoofd. De uitkomsten zijn ook betrouwbaar, mits de student de handelingen goed weet uit te voeren.

Om effectief en adequaat gebruik te kunnen maken van de rekenmachine is beheersing van de basisbewerkingen noodzakelijk. Het gebruiken van een rekenmachine zonder elementaire kennis van de onderliggende principes, rekenregels en basisbewerkingen kan leiden tot trucmatig handelen.

KERN Elementaire rekenkennis

Met elementaire rekenkennis wordt bedoeld (conform centrale richtinggevende documenten zoals de kerndoelen, TAL, TULE en het Referentiekader Rekenen):

- 1 begrip van getallen en bewerkingen;
- 2 basiskennis ten aanzien van elementaire rekenfeiten en hoofdrekenstrategieën in het getallengebied tot 100 en daarboven;
- 3 kennis van rekenprocedures op papier (cijfermatig of minder verkorte vormen daarvan) voor gehele getallen, en voor eenvoudige kommagetallen, breuken en procenten;
- 4 kennis van schatstrategieën, werkwijzen bij het afronden van getallen en procedures om de ene getalsoort (breuken) om te zetten in een andere (decimale getallen).

Dit alles geldt zowel met betrekking tot kale opgaven als toepassingssituaties.

Geciteerd naar SLO (2012, p. 6).

Bij het uitrekenen van bijvoorbeeld 10% korting met behulp van een rekenmachine heeft de student inzicht in het begrip korting en procenten. Hij kan uit zijn hoofd of op papier met mooie percentages rekenen (bijvoorbeeld 10%, 20%, 50%, 25%).

De betere studenten zijn in staat om bijvoorbeeld 10% korting zelf uit het hoofd of op papier uit te rekenen en daarna het nieuwe bedrag te berekenen. Zij kunnen dit doen door bijvoorbeeld het bedrag te delen door 10 en daarna het percentage (de korting) af te trekken. Zij kunnen daarbij ter controle de rekenmachine gebruiken.

Op de rekenmachine hoeft de student alleen maar in te tikken: bedrag – 10%. De rekenmachine geeft vervolgens het juiste antwoord. Ook kan de berekening worden uitgevoerd via de 1%-regel (delen door 100 x percentage). Daarna volgt altijd nog de laatste stap voor het bepalen van het juiste antwoord: het aftrekken. Een andere mogelijkheid is gebruik te maken van decimale getallen: bedrag x 0,9. Begrijpt de student waarom hij hier 0,9 kan intikken?

De rekenmachine bevordert zo het ‘handig rekenen’. Ook voor complexe berekeningen kan de student leren om de rekenmachine verstandig te gebruiken. Het is niet de bedoeling dat de student klakkeloos alle bewerkingen met de rekenmachine gaat uitvoeren. Het is echter ook niet verstandig om de student te verbieden met de rekenmachine te werken. Een verstandig gebruik en afwisselend rekenen uit het hoofd, op papier en met de rekenmachine, of combinaties daarvan, is wenselijk. Stimuleer vooral het hoofdrekenen met mooie ronde getallen, ook als schatting voorafgaand aan een precieze berekening of ter controle van een berekening.

KERN**Rekenzwakke studenten**

Rekenzwakke studenten mogen de rekenmachine gebruiken ter compensatie van onvoldoende beheerste oplossingsprocedures. Dit zijn vaak de studenten die er niet in slagen de basisbewerkingen voldoende te automatiseren en te memoriseren, zoals bijvoorbeeld de tafels, maar die wel inzicht hebben in rekenen. Het zijn meestal de studenten die een goed begrip hebben van en inzicht in bijvoorbeeld concepten als breuken en procenten. Zij gebruiken de rekenmachine omdat ze niet in staat zijn om berekeningen op papier of uit het hoofd foutloos uit te voeren. De rekenmachine biedt hen goede mogelijkheden om toch goed te rekenen. Doordat alle studenten regelmatig met de rekenmachine werken, zijn de rekenzwakke studenten die de rekenmachine ter compensatie gebruiken, geen uitzondering in de groep en vallen zij minder op tijdens de rekenles. Dit bevordert hun zelfvertrouwen.

7.7 Signalering bij oplossingsprocedures

S₃ – Problemen met het verwerven en consolideren van de basisbewerkingen

Een rekenzwakke student heeft een zwakke basis opgebouwd voor het formele rekenen omdat de begripvorming gebrekkig verloopt. Hij heeft fragmentarische kennis ontwikkeld en houdt lang vast aan procedures die ondoelmatig zijn en weinig perspectief bieden. Daardoor is een gebrekkige basis ontstaan voor het uitvoeren van de basisbewerkingen.

S₄ – Problemen met het automatiseren en memoriseren van de tafels

Een student die de basisbewerkingen onvoldoende beheerst, valt vaak op doordat hij problemen heeft met het onthouden van de tafels. Dit belemmert hem bij het uitvoeren van berekeningen. Bij een rekenzwakke student kan hierdoor de rekenontwikkeling stagneren.

S₅ – Problemen met het uitvoeren van complexere bewerkingen

Het verwerven van meer complexe rekenconcepten blijkt moeizaam te verlopen. Rekenzwakke studenten komen niet of moeizaam tot begripvorming en ontwikkeling van complexere oplossingsprocedures op het gebied van breuken, procenten, verhoudingen, decimale getallen en meten.

S₆ – Problemen met het verwerven van algoritmes

Rekenzwakke studenten blijken vaak moeite te hebben met het verwerven van de complexe procedures van algoritmes.

7.8 Begeleiding bij het verder ontwikkelen van oplossingsprocedures

Zwakke rekenaars hebben goede begeleiding nodig bij het oefenen, onderhouden en het verder ontwikkelen van oplossingsprocedures. Dit houdt onder meer het volgende in:

- Stimuleer actief leren tijdens de instructie.
- Stimuleer en begeleid het zelfstandig denken bij oplossingsprocedures.
- Structureer gesprekken met en tussen studenten waarin ze aan elkaar kunnen uitleggen hoe ze denken en rekenen.
- Leer de studenten hun aanpak te visualiseren met passend modelmateriaal, bijvoorbeeld een verhoudingstabel. Dit gebruiken studenten om zich bewust te worden van hun eigen aanpak en om hun uitleg aan anderen te ondersteunen.
- Spits de instructie toe op de noodzakelijke onderliggende rekenconcepten in combinatie met de beoogde oplossingsprocedures.
- Bouw met de instructie voort op de aanwezige begrepen voorkennis en concepten van de student.
- Zorg dat de instructie op het juiste moment en op de juiste manier wordt aangeboden.

8

Hoofdlijn 3:

vlot rekenen en onderhouden

Om vlot te kunnen rekenen is regelmatig en systematisch oefenen en gebruiken van rekenkennis en rekenvaardigheden noodzakelijk.



8.1 Oefenen

Veel studenten in het mbo hebben al voldoende of een goede vaardigheid ontwikkeld. Zij kunnen vlot rekenen. Deze studenten zien we met name in de hogere opleidingen. Voor hen is het vooral nodig dat zij hun rekenkennis en -vaardigheden consolideren en onderhouden. Daartoe is regelmatig oefenen een vereiste.

Er is echter ook een flink aantal studenten die nog veel vaardigheden onvoldoende hebben geautomatiseerd en gememoriseerd. In het algemeen kunnen we aannemen dat studenten die nog niet op niveau 2F zitten nog veel systematische en gerichte oefening nodig hebben. Oefening is gericht op automatiseren en memoriseren van kennis en vaardigheden om vlot te leren rekenen. Er zijn diverse oefenvormen om de studenten te activeren en hun motivatie te stimuleren.

Bij oefenen onderscheiden wij:

- betekenisvol oefenen;
- productief oefenen;
- associatief en flexibel oefenen;
- multi-channel oefenen;
- effectief oefenen;
- systematisch oefenen;
- regelmatig oefenen.

8.1.1 Betekenisvol oefenen

Oefenen begint bij het werken met contexten. Contexten dienen om studenten de brug te laten slaan naar werkelijkheidssituaties. Hierdoor krijgt het rekenen betekenis en ontwikkelen studenten oplossingsprocedures die zij begrijpen. Als studenten daarbij ook hun eigen ervaringen kunnen inzetten, zullen zij beter gemotiveerd zijn en begrijpen zij het rekenen ook beter. Zij leren daardoor betere en snellere oplossingsprocedures te gebruiken. Sommige studenten hebben daar meer tijd voor nodig dan andere. Door studenten te laten vertellen en visualiseren (zich voorstellen) kan de docent horen en zien of en in welke mate zij de context en de oplossingsprocedure begrijpen.

‘Betekenisvol oefenen’ is bedoeld om de student oplossingsprocedures ofwel bewerkingen zich eigen te laten maken, gebaseerd op inzicht. Het oefenen van ‘kale sommen’ daarentegen draagt niet bij aan betekenisverlening. ‘Kale sommen’ zijn alleen geschikt voor het ontwikkelen van vaardigheid als de student de bewerking al begrijpt. Als het accent alleen maar of grotendeels ligt op oefenen met ‘kale sommen’, verdwijnt de betekenis van het rekenen naar de achtergrond en raakt verloren.

KERN

Betekenisvol oefenen is de sleutel voor functioneel rekenen

Bij betekenisvol oefenen besteedt de docent voortdurend aandacht aan de betekenis van het rekenen in het dagelijks leven of in de toekomstige beroepspraktijk. Daarvoor zijn contexten noodzakelijk.

Als de student een formele bewerking op basis van inzicht kan uitvoeren, kan hij de context geleidelijk loslaten (zie het Handelingsmodel in hoofdstuk 10). De docent kan het uitvoeren van for-

mele bewerkingen ('kale sommen') regelmatig ondersteunen met denkmodellen en koppelen aan contexten. Dit draagt ertoe bij dat de student de betekenis van rekenen niet uit het oog verliest.

8.1.2 Productief oefenen

Betekenisvol oefenen gaat samen met 'productief oefenen'. Bij productief oefenen construeren studenten zelf passende bewerkingen (tekeningen, schema's, sommen) bij een context. Dit doet een beroep op hun inzicht in de rekensituatie en op hun conceptuele kennis.

Inkopen doen voor een feestje

Een groep van 18 studenten organiseert een feestavond. Zij spreken af dat iedere student 4 euro betaalt voor drankjes en hapjes.

Enkele studenten gaan samen naar de supermarkt en besteden het totaalbedrag aan stokbrood, frisdrank, blokjes kaas, borrelnoten, warme hapjes, chips enzovoort.

Zij kiezen uit onderstaande lijst. Bedenk wat zij kunnen kopen voor het totaalbedrag van de studenten.

De supermarkt in de buurt heeft de volgende aanbiedingen:

Alle soorten **BORRELNUTEN** en **PINDA'S** naar keuze.
1 bakje van 250 gram € 1,95
2 bakjes voor € 3,50

JONGBELEGEN KAAS
350 gram € 3,50

FRISDRANK
Cola, 7-up of sinas, fles 1,5 liter
Per fles € 1,25
2 flessen voor € 2,00

Borrelballen
Natureel, kip of saté
Per zak 20 stuks voor € 1,90

POPCORN 2 zakken à 250 gram € 1,25

Verses STOKBRODEN!
Per 2 stuks € 1,00

1 zak **SUPER CHIPS** van 200 gram voor € 1,15
Per kilo € 5,00

BAKJES SALADE naar keuze
Kip-kerrie salade
Sellery salade
Eiersalade
Zalmsalade
Per bakje 200 gram
Per bakje € 1,75
2 bakjes voor € 3,00

Afbeelding 8.1 Productief oefenen 1

<p>Wat kunnen de afmetingen zijn van een plantenbak?</p> <p>Teken drie verschillende plantenbakken met een inhoud van 1200 liter.</p> <p>Benoem de maten in centimeters.</p>	<p>Tekening:</p>
---	-------------------------

Afbeelding 8.2 Productief oefenen 2

8.1.3 Associatief en flexibel oefenen

Bij ‘associatief oefenen’ ontwikkelt de student geordende netwerken van samenhangende rekenkennis en -vaardigheden. De docent biedt binnen een oefening opdrachten aan in onderlinge samenhang, bijvoorbeeld over breuken en procenten. Dit helpt de student om de samenhang te ontdekken en biedt hem steun bij het georganiseerd opslaan in zijn geheugen van deze samenhang. Hij zal nieuwe inzichten koppelen aan voorkennis en aan relevante andere oefenstof. Dit stimuleert het ontwikkelen van geordende, associatieve netwerken van rekenkennis en -vaardigheden.

Door associatief te oefenen leert hij om verworven kennis en vaardigheden flexibel in te zetten in andere situaties waarin gerekend moet worden. De student raakt vertrouwd met vergelijkbare oefeningen in verschillende contexten en situaties. Zie ook Hoofddlijn 4: flexibel toepassen en verdiepen (hoofdstuk 9).

8.1.4 Multi-channel oefenen

Bij ‘multi-channel oefenen’ worden alle zintuigen optimaal ingezet. In de meeste onderwijssituaties gaat het hierbij om spreken, luisteren en zien. In praktijksituaties kan het ook gaan om doen, voelen, ruiken en proeven. De student verwerft en verwerkt de leerstof actief. In de beroepsgerichte vakken en in de beroepspraktijkvorming waar studenten actief aan het werk zijn met materialen en machines zijn alle zintuigen ingeschakeld. Als studenten een muurtje bouwen, planken zagen, kleding ontwerpen, haren knippen, voedsel bereiden of foto’s vergroten en verkleinen, zijn zij tevens actief met rekenen bezig. Dit zijn ideale situaties om studenten op verschillende manieren te stimuleren tot rekenen. Door de maten van muurtjes, planken, kleding, foto’s, hoeveelheden voedsel of de lengte van het haar te veranderen, worden studenten ongemerkt gestimuleerd hun rekenvaardigheid in te zetten. Hierbij gaat het niet alleen om centimeters en millimeters maar vooral ook om het denken en redeneren in verhoudingen. De docent kan hier een actieve rol spelen bij de begeleiding van studenten die meer ondersteuning nodig hebben.

Bij rekenen in de rekenles zijn multi-channel oefeningen geschikt om zowel verbale, auditieve als visuele vaardigheden naast elkaar te stimuleren. Studenten maken bij voorkeur gebruik van hun sterke kanten. Een student die sterk visueel is ingesteld zal deze vaardigheid voortdurend inzetten tijdens het oefenen. Daardoor wordt het visueel waarnemen en interpreteren steeds beter, maar de ontwikkeling van de verbale en auditieve vaardigheden blijven achter.

De docent kan de zwakke kanten versterken door oefeningen op verschillende wijzen aan te bieden. Hij stimuleert een visueel sterke student om zijn berekening ook mondeling toe te lichten. Hij stimuleert een verbaal sterke student door hem tekeningen en denkmodellen aan te bieden of te laten maken en die te laten beredeneren. Digiborden en goede software kunnen dit proces ondersteunen. Vaardigheden die niet worden gestimuleerd, nemen uiteindelijk af.

KERN**Verbaliseren en visualiseren**

Studenten die verbaal zwak zijn en visueel sterk, moeten aangemoedigd worden om hun handelingen goed te verwoorden. En andersom: studenten die verbaal sterk zijn en visueel zwak, hebben extra stimulans nodig om te visualiseren.

8.1.5 Effectief oefenen

Alle studenten zijn gebaat bij effectieve instructie en effectief oefenen. Voor rekenzwakke studenten geldt dit des te meer. Hoe meer rendement zij uit elke inspanning halen, hoe sterker zij gemotiveerd worden.

De huidige didactiek van het rekenonderwijs gaat uit van het begeleid (her)ontdekken van rekenconcepten en -vaardigheden. Oefeningen die hierop zijn gericht, noemen wij 'effectieve oefeningen'. Dit soort oefeningen laat de student actief zijn eigen kennis en vaardigheden construeren en reconstrueren. Deze oefeningen maken gebruik van uitdagende en begrijpelijke contexten. De oefeningen zetten de student aan om eigen denkmodellen en eigen oplossingsprocedures te ontwerpen. Geleidelijk aan ontwikkelt de student hieruit formele bewerkingen en standaardprocedures. Zelf denkmodellen en creatieve oplossingsprocedures ontdekken doet echter een groot beroep op het inzicht en het zelfvertrouwen van de student. Goede begeleiding van dit proces vraagt veel deskundigheid en goede instructievaardigheden van de docent (zie verder deel 4).

8.1.6 Systematisch oefenen

Met 'systematisch oefenen' bedoelen wij dat alle leerstof systematisch aan bod moet komen. Vooral rekenzwakke studenten hebben hier behoefte aan. De student slaat leerstof die niet systematisch en regelmatig wordt geoefend minder goed op dan leerstof die wel systematisch en regelmatig aan bod komt.

De docent analyseert de rekenboeken of rekenmethode waarmee hij werkt om te bepalen of en hoe systematisch wordt geoefend. Hoe is de opbouw van de leerstoflijn en de oefenstof? Komen alle domeinen en leerstofonderdelen systematisch in de methode voor? Daar waar hij gaten constateert, is aanvullende oefenstof voor rekenzwakke studenten noodzakelijk.

8.1.7 Regelmatig oefenen

Regelmatig oefenen is een *must*. De opleiding bepaalt hoeveel tijd er besteed wordt aan rekenen. Het lijkt vanzelfsprekend dat studenten van lagere opleidingen meer tijd nodig hebben dan studenten van de hogere opleidingen. Het is echter van essentieel belang dat studenten regelmatig oefenen. Dit kan op school, maar studenten kunnen ook zinvolle opdrachten meekrijgen voor de beroepspraktijkvorming. De docent bespreekt vervolgens het gemaakte huiswerk met de student.

Oefenen bestaat niet uit het maken van vele bladzijden (kale) sommen, maar uit een gevarieerd en *multi-channel* aanbod. Dit kan de docent invullen met gevarieerde rekenopdrachten, spelletjes of rekenopdrachten op de computer. De inhoud moet aansluiten bij het niveau van de student.

8.2 Automatiseren en memoriseren

Automatiseren en memoriseren zijn activiteiten waarbij het geheugen een centrale rol speelt. Door te oefenen ontwikkelt de student ook functies en vaardigheden die gebruik maken van het werkgeheugen en het langetermijngeheugen. In bijlage A zijn enkele functies beschreven van het werkgeheugen (*inhibitie*, *shifting* en *updating*). Deze functies beïnvloeden het ontwikkelen van goede concepten en procedures. Ook het georganiseerd opslaan van kennis in en het oproepen van kennis uit het langetermijngeheugen spelen hierbij een belangrijke rol.

Daar komt bij dat iedereen alleen die kennis en vaardigheden opslaat in het geheugen die voor hem betekenisvol zijn. Daarmee construeert iedereen zijn eigen geheugen. Voorkennis en eigen interpretatie spelen hierbij een belangrijke rol.

Studenten leren beter en vlotter rekenen als nieuwe kennis en procedures worden gekoppeld aan reeds begrepen kennis en procedures die opgeslagen zijn in 'associatieve netwerken'. De opgedane kennis wordt georganiseerd in het geheugen opgeslagen en is daardoor meestal vrij snel weer op te roepen en goed te gebruiken. Hierdoor ontstaat 'parate kennis'. Boekaerts en Simons (1995) onderscheiden de volgende associatieve netwerken:



Afbeelding 8.3 Associatieve netwerken

8.2.1 Declaratieve kennis

Onder ‘declaratieve kennis’ verstaan wij kennis die is gememoriseerd en direct oproepbaar uit het langetermĳngeheugen. Met *memoriseren* bedoelen wij uit het hoofd leren van:

- feitenkennis (niet gebaseerd op begrip);
- conceptuele kennis (gebaseerd op begrip en geautomatiseerde kennis);
- semantische kennis (gebaseerd op begrip, maar niet op geautomatiseerde kennis).

Onder ‘feitenkennis’ verstaan we kennis van losse feiten waarbij niets te begrijpen valt, bijvoorbeeld: telefoonnummers, geboortedata, een postcode, een huisnummer, de namen van medestudenten, weten dat Amsterdam de hoofdstad van Nederland is en Parijs de hoofdstad van Frankrijk. Feitenkennis is ook het opzeggen van de (onbegrepen) tafelrĳen als een versje uit het hoofd.

Het leren van losse feiten doet een groot beroep op het werkgeheugen, omdat het niet associatief wordt opgeslagen. Ook onbegrepen kennis wordt ervaren als losse feiten en dus niet associatief opgeslagen. Deze (fragmentarische) kennis wordt makkelĳker weer vergeten, zeker als zij niet regelmatig wordt gebruikt. Denk bijvoorbeeld aan het uit het hoofd leren van telefoonnummers.

Onder ‘conceptuele kennis’ verstaan we kennis die is gebaseerd op begrip en inzicht. Deze kennis kan eerst geautomatiseerd zijn en daarna gememoriseerd.

Als de tafels goed zijn aangeleerd is deze kennis geleerd op basis van inzicht en in onderlinge samenhang door activiteiten als groeperen, structureren, herhaald optellen, verdubbelen en halveren, werken met tweelingsommen ($6 \times 3 = 3 \times 6$). De tafels zijn hierbij eerst geautomatiseerd en daarna als conceptuele kennis gememoriseerd.

Het vermenigvuldigen van grotere getallen, bijvoorbeeld, is gebaseerd op associatieve netwerken van conceptuele kennis. Een voorbeeld: de student weet dat $4 \times 25 = 2 \times 50 = 100$. De student weet ook de samenhang tussen vermenigvuldigen en delen. Hij weet dat $4 \times 25 = 100$ en $100 : 4 = 25$. Datzelfde geldt ook voor berekeningen als 4×250 en $1000 : 4$.

Ook het geautomatiseerd splitsen van getallen hoort hier bij. Weten dat 10 is $1+9$, $4+6$, $3+7$, $5+5$, maar ook dat 100 is $10+90$ enzovoort. Bij optelsommen kunnen de getallen worden omgedraaid: $90+10 = 10+90$, $80+20 = 20+80$. Bij aftreksommen kan dat niet. Waarom niet? Maar ook weten dat $8+7 = 15$ en $28+7 = 35$ en dat $280+70 = 350$.

‘Semantische kennis’ is gememoriseerde kennis gebaseerd op afspraken, begrip en inzicht maar niet op automatiseren. Voorbeelden zijn kennis van het kalendersysteem en het systeem van uren, minuten en seconden. Ook weten wat breuken, decimale getallen en procenten zijn en dat $\frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$ zijn voorbeelden van semantische kennis.

Het werken met het metriek stelsel is eveneens gebaseerd op semantische kennis. Bijvoorbeeld weten dat een kilometer gelijk is aan 1000 meter, dat meter, liter en gram de standaardmaten zijn voor lengte, inhoud en gewicht en dat een kwart liter evenveel is als 25 centiliter, 250 ml en 2,5 dl.

8.2.2 Procedurele kennis

Procedurele kennis is kennis die opgebouwd is uit geautomatiseerde handelingen en procedures, bijvoorbeeld het cijferen op basis van algoritmes. Procedurele kennis is in het onbewuste geheugen opgeslagen. We kunnen die kennis en bijbehorende procedures direct uit het geheugen oproepen en gebruiken in rekensituaties wanneer dat nodig is. Bijvoorbeeld bij het uitrekenen van 8×12 (zie afbeelding 8.4).

Automatiseren is het proces van het zich eigen maken van kennis en vaardigheden door begrijpen, oefenen en toepassen, zoals bij het cijferen. Deze kennis gebruiken we om rekenvraagstukken op te lossen. Om vlot te kunnen rekenen moeten rekenaars snel kunnen beschikken over zowel declaratieve als procedurele kennis.

Een som als 8×12 kunnen we uit het hoofd weten: **96**
(direct oproepbaar – gememoriseerd: declaratieve kennis)

Maar we kunnen het ook snel uitrekenen, gebruik makend van gememoriseerde kennis: 8×10 en $8 \times 2 = 80 + 16 = 96$ (procedurele kennis).

Ook het uitvoeren van standaardalgoritmes (cijferend optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) en het werken met formules (oppervlakte = lengte x breedte) is procedurele kennis.

Afbeelding 8.4 Declaratieve en procedurele kennis

KERN

Rekenzwakke studenten

Als studenten goede associatieve netwerken hebben ontwikkeld en als het proces van automatiseren en memoriseren goed verloopt ontwikkelen studenten parate kennis.

Wanneer een student problemen ondervindt bij oefenen, kan dit leiden tot problemen bij het automatiseren en memoriseren. De student is het meest gebaat bij oefeningen die de docent afstemt op de onderwijsbehoeften van deze student.

Bij oefenen, automatiseren en memoriseren gebruiken we het werkgeheugen en het langetermijngeheugen. Problemen bij het automatiseren kunnen ontstaan door overbelasting van het werkgeheugen, door afleidende informatie en door het wisselen van taken. In deze gevallen wordt nieuwe informatie onvoldoende verwerkt en vervolgens gebrekkig opgeslagen in het langetermijngeheugen. De rekenzwakke student die de basiskennis en basisbewerkingen onvoldoende heeft geautomatiseerd en gememoriseerd, beschikt daardoor vaak over fragmentarische kennis. Hij heeft geen of weinig associatieve, geordende netwerken van kennis ontwikkeld. Dit belemmert deze student bij het oproepen van relevante (voor)kennis uit het langetermijngeheugen wanneer hij opdrachten uitvoert en nieuwe informatie verwerkt.

Bij complexere taken raakt de rekenzwakke student de weg kwijt omdat zijn werkgeheugen sneller overbelast raakt. Deze student is onvoldoende in staat tijdens het werken relevante informatie uit het langetermijngeheugen op te roepen en daarmee aan het werk te gaan.

Onderzoek op dit terrein is nog in volle gang (Van Lieshout, 2006; Goswami, 2007; Kroesbergen, Van der Ven, Kolkman, Van Luit & Leseman, 2009).

8.3 Vlot rekenen: onderhouden en consolideren

In het algemeen geldt voor alle studenten in het mbo dat regelmatig oefenen in allerlei gebruikssituaties essentieel is voor het onderhouden en consolideren van rekenkennis en rekenvaardigheden. Dit is de basis voor het ontwikkelen van parate kennis. De in paragraaf 8.1 beschreven vormen van oefenen kunnen alle voor dit doel worden gebruikt. Het is met name zinvol dat ook docenten van beroepsgerichte vakken bewust met rekenkennis en rekenvaardigheden omgaan en deze expliciet een plek geven in hun lessen. Dit geldt ook voor de praktijkopleiders. Op deze wijze leren studenten dat rekenen belangrijk en zinvol is. Over de wijze waarop dit gebeurt, kunnen binnen de mbo-opleiding afspraken worden gemaakt.

8.4 Signalering bij vlot (leren) rekenen

S7 – Onbegrepen procedures en losse feitenkennis in de basisvaardigheden leiden tot fragmentarische kennis en vaardigheden

Onbegrepen kennis en procedures worden niet of onvoldoende opgeslagen in het geheugen. De docent kan dit waarnemen als een student gaat ‘goochelen met getallen’ tijdens het uitvoeren van de basisvaardigheden optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. Dit leidt tot fragmentarische kennis en vaardigheden waardoor een zwakke basis ontstaat (‘gatenkaas’).

S8 – Problemen met het automatiseren van standaardalgoritmes en complexe procedures belemmeren het vlot leren rekenen

Fragmentarische kennis en vaardigheden bij de basisbewerkingen worden zichtbaar als een student problemen heeft met het automatiseren van complexere procedures, zoals de algoritmes en bij bewerkingen met verhoudingen, breuken, decimale getallen en procenten.

S9 – Problemen met het automatiseren en memoriseren zijn het gevolg van het niet goed georganiseerd opslaan van informatie

Het ontwikkelen van associatieve kennis leidt tot georganiseerd opslaan in het geheugen. Daardoor is deze kennis sneller oproepbaar. Niet goed opgeslagen kennis leidt tot problemen bij het automatiseren en memoriseren. Als blijkt dat een student minder snel informatie kan oproepen uit zijn geheugen of deze is vergeten, kan dit een signaal zijn dat hij de informatie niet goed georganiseerd heeft opgeslagen in zijn geheugen.

Vergelijk dit met archiveren op de harde schĳf. De gebruiker organiseert de harde schĳf in mappen. Hij slaat informatie op in een map met bij elkaar horende bestanden. Hierdoor vindt hij die informatie makkelĳker terug.

8.5 Begeleiding bij vlot (leren) rekenen

Voor het stimuleren van oefenen, automatiseren en memoriseren is het van belang een goed oefenprogramma op te stellen. Zo’n programma past bij de student en sluit zoveel mogelijk aan bij de activiteiten van de groep waar de student in zit. Voorbeelden van goed oefenen zijn beschreven in paragraaf 8.1.

Studenten oefenen echter het best op momenten dat zij rekenactiviteiten ook werkelijk gebruiken, zoals bijvoorbeeld bij sport- en spelactiviteiten en in allerlei dagelijkse buitenschoolse situaties.

9 **Hoofdlijn 4: flexibel toepassen en verdiepen**

In het dagelijks leven is rekenen altijd ingebed in functionele situaties. We gebruiken onze rekenkennis en rekenvaardigheden als gereedschap bij het uitvoeren van onze alledaagse activiteiten.



9.1 Flexibel toepassen

In de praktijk van het rekenonderwijs ligt de nadruk op het vlot rekenen (Hoofdlijn 3) als vaardigheid op zich en veel minder op de gebruikswaarde ervan (Hoofdlijn 4).

Contexten zijn bedoeld om de gebruikswaarde te verhogen door een brug te slaan naar de wereld buiten school. Als de docent niet expliciet aandacht aan contexten in relatie tot het buitenschoolse leven schenkt, blijven deze contexten onderdeel van rekenen uit een lesboek. Veelal wordt verondersteld dat studenten vanzelf de link met het 'gewone leven' en de beroepspraktijk leggen en zelf de brug kunnen maken. Dat is echter niet vanzelfsprekend.

Dit betekent dat de mbo-opleiding de gebruikswaarde van rekenen expliciet in de doelen van het rekenonderwijs moet opnemen. De commissie Meijerink noemt dit ook nadrukkelijk in haar hoofdrapport *Over de drempels met taal en rekenen* (Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen, 2008).

Bij het flexibel toepassen van rekenkennis en rekenvaardigheden onderscheiden wij twee componenten:

- adequaat kunnen gebruiken van verschillende oplossingsprocedures om rekenvraagstukken op te lossen, afgestemd op de situatie (zie Hoofdlijn 2 en 3);
- strategisch denken en handelen om keuzes te kunnen maken en beslissingen te nemen bij het oplossen van rekenvraagstukken.

Oplossingsprocedures zijn de ingrediënten van het strategisch denken en handelen om rekenproblemen in het dagelijks leven en in beroepssituaties te kunnen oplossen. Om dergelijke problemen op een effectieve manier aan te kunnen pakken is het van belang dat we als burgers en werknemers beschikken over meerdere oplossingsprocedures en hieruit goede keuzes kunnen maken. We weten wat we kunnen en welke oplossingsprocedures in aanmerking komen voor het effectief oplossen van een specifiek rekenprobleem. We kunnen snel kiezen en de berekening juist uitvoeren. Daarbij zorgen we dat we onze berekeningen controleren.

De keuzes die iemand maakt zijn afhankelijk van zijn rekencapaciteiten en van zijn inzicht in het probleem (betekenis verlenen). Dit doet een beroep op zijn zelfkennis en zijn zelfvertrouwen. Elke persoon stuurt zijn eigen strategisch denken en handelen aan. In het onderwijs wordt in het algemeen weinig aandacht besteed aan het strategisch denken en handelen. Waarschijnlijk wordt aangenomen dat studenten deze sturing vanuit zichzelf ontwikkelen en toepassen. Bij rekenzwakke studenten is dit niet zo vanzelfsprekend en is gerichte aandacht hiervoor wenselijk.

9.2 Flexibiliseren en verdiepen van rekenkennis en rekenvaardigheden

Het uiteindelijke doel van het rekenonderwijs is dat de studenten hun rekenkennis en rekenvaardigheden kunnen gebruiken in functionele situaties.

Neem bijvoorbeeld het inrichten van een slaapkamer. Bij de benodigde meet- en rekenactiviteiten worden geen sommen maar wel berekeningen gemaakt. Er wordt gemeten en gerekend. Dit doen we om te bepalen waar het bed, een bureau en een kast komen te staan, hoeveel meter behang of vierkante meter muurverf nodig is en hoeveel meter vloerbedekking. Hoe hoog kan de kast zijn? Hoe breed, hoe diep? Kiezen we een scharnierdeur of past een schuifdeur beter? Hoeveel gaat het

kosten? Is die aanbĳding van de bouwmarkt echt voordeliger dan die bij de verfwinkel om de hoek? Staat er genoeg geld op de rekening om het allemaal te betalen?

Essentiële punten voor het flexibel toepassen zijn:

- in functionele situaties kunnen bepalen of, en zo ja, welke, rekenactiviteiten nodig zijn om adequaat te kunnen handelen;
- kunnen communiceren over rekenkundige onderwerpen;
- beslissingen kunnen nemen aan de hand van de resultaten;
- constructief kunnen samenwerken.

Processen die hierbij een rol spelen zijn onder meer de volgende:

- Het probleem begrijpen. Informatie verwerken en betekenis kunnen geven aan een situatie of een context. Wat wordt er gevraagd? Wat is het probleem?
- Informatie kunnen vertalen vanuit een alledaagse gebruikssituatie naar een rekenbewerking (horizontaal mathematiseren).
- Relevante kennis en vaardigheden oproepen uit het geheugen om te bepalen hoe het probleem het beste kan worden opgelost.
- Effectieve procedures kiezen en beslissen welke procedure in aanmerking komt (verticaal mathematiseren).
- Het probleem oplossen.
- Aan de hand van de situatie controleren of de oplossing past bij die situatie.

In dit protocol gebruiken wij het Drieslagmodel om deze processen te analyseren en observeren (zie verder hoofdstuk 11).

In de onderwijssituatie wordt een ‘voorstelbare’ werkelijkheid gerepresenteerd met behulp van contexten. Deze zijn bedoeld voor het betekenisvol gebruiken van rekenconcepten. Zij openen tevens de weg voor het probleemoplossend werken. De studenten leren om hun probleemoplossend denken en handelen en hun kennis en vaardigheden flexibel in te zetten. Studenten kunnen zelf ook leren om te werken volgens het Drieslagmodel bij het probleemoplossend rekenen. Zie hiervoor de afbeelding 11.8 van de studentkaart van het Drieslagmodel.

Bij het aanbĳden van nieuwe onderwerpen in de les is het van belang altijd te starten vanuit een context. Als de student vertrouwd is met deze basiscontext en daarbij passende oplossingsprocedures begrijpt en beheerst, kan de docent beginnen met flexibiliseren.

Als de student bijvoorbeeld het concept procenten beheerst en weet hoe hij daarmee kan rekenen, kan de docent dit op verschillende manieren flexibel oefenen. Dit kan hij doen met opdrachten over korting of over aanbĳdingen waarin ‘iets extra’ wordt geboden. In het voorbeeld van afbeelding 9.1 kan de docent oefeningen bedenken met het berekenen van het nieuwe gewicht bij 15% extra, vanuit het nieuwe gewicht terug naar het standaardgewicht of het berekenen van het percentage dat de klant extra krijgt. Door de context, het gewicht en/of het percentage te veranderen kan de docent opnieuw variëren. Hierdoor kan hij het flexibel rekenen met percentages stimuleren. Ook hier kan het interactieve bord goede diensten doen. Als de studenten de veranderingen zien en kunnen vertellen wat zij doen, begrijpen zij ook wat ze doen.

Reken uit.

		
<p>Inhoud standaard 400 gram. Nu:.....</p>	<p>Inhoud nu 460 gram. Standaard:.....</p>	<p>Inhoud standaard 400 gram. Nu: 460 gram</p>

Afbeelding 9.1 Flexibiliseren 1

Als de docent de studenten met wisselende contexten laat werken, en deze voortdurend koppelt aan de vorige activiteit, gaan studenten steeds beter flexibel denken. Studenten kunnen zelf actief worden betrokken bij het flexibiliseren. Zij kunnen andere getallen bedenken bij contexten, of andere contexten bij de getallen. Bijvoorbeeld bij de onderstaande scooter bedenken wat de oorspronkelijk prijs is, de nieuwe prijs of het percentage korting. De studenten berekenen afwisselend de bedragen en het percentage.

Hoeveel procent korting krijg je?



Afbeelding 9.2 Flexibiliseren 2

Belangrijk bij al deze activiteiten is dat de studenten hun eigen oplossingsprocedures hardop toelichten en met elkaar bespreken tijdens de rekenles. De studenten krijgen dan ook zicht op oplossingsprocedures van andere studenten. Dit stimuleert dat studenten leren van en aan elkaar. Dit geldt voor alle opleidingen.

Aandachtspunten bij het bespreken van oplossingsprocedures zijn:

- een goede probleemaanpak;
- logisch denken en redeneren (oorzaak-gevolg, doel-middel-doel);
- rekenkundig communiceren;
- constructief samenwerken.

Complexe opdrachten en contexten zijn uitstekend geschikt voor het stimuleren van strategisch denken en handelen. De studenten kunnen daarbij in tweetallen of in kleine groepjes samen aan het werk gaan. In onderling overleg bespreken zij het probleem en bedenken ze hoe ze het kunnen oplossen. Ze bespreken mogelijke oplossingsmanieren en kiezen gezamenlijk de meest adequate manier om het probleem aan te pakken en op te lossen. Dat bevordert het rekenkundig communiceren en leidt tevens tot verdieping van rekenconcepten. Daarna voeren ze hun berekeningen uit en bespreken achteraf of de oplossing past binnen de context en of ze een juiste keuze hebben gemaakt met betrekking tot de oplossingsprocedure. Ze bespreken hun stappen aan de hand van het Drieslagmodel (zie hoofdstuk 11).

Na afloop presenteren zij hun bevindingen aan de andere studenten van hun groep. Als andere groepen aan hetzelfde onderwerp hebben gewerkt, kunnen zij hun ervaringen uitwisselen. Hierbij gaat het niet alleen om het vergelijken van de juiste oplossingen, maar ook om het verduidelijken van de gevolgde procedure. Bij de beoordeling van deze manier van werken kan de docent de studenten in feite drie beloningen geven: één voor de juiste oplossing, één voor de samenwerking en één voor de presentatie.

Deze manier van werken kan ook gebruikt worden bij het uitvoeren van activiteiten tijdens bijvoorbeeld project- of themaweken. Via een informele weg hanteren en *managen* studenten situaties waarin wordt gerekend. In de maatschappij en ook in het vervolgonderwijs wordt voortdurend een beroep gedaan op het vermogen tot constructief samenwerken en op het vermogen rekenkennis flexibel in te kunnen zetten in allerlei situaties. In het onderwijs kan hiervoor een goede basis worden gelegd.

Het flexibel kunnen toepassen van de eigen rekenkennis en -vaardigheden bij contexten in onderwijssituaties – maar juist ook in werkelijkheidssituaties – leidt uiteindelijk tot functionele gecijferdheid.

KERN Rekenzwakke studenten

In het dagelijks leven en in beroepssituaties hebben we allemaal te maken met situaties die voor ons meer of minder vertrouwd zijn, eenvoudig of meer complex zijn en die al of niet een beroep doen op rekenkennis en rekenvaardigheid. Afhankelijk van de mate van vertrouwdheid, de mate van complexiteit en van de rekenvaardigheid die we tot onze beschikking hebben kunnen we een rekenprobleem goed, minder goed of niet oplossen. Hierbij kunnen we ook nog kiezen om al dan niet samen te werken met anderen.

Bij rekenzwakke studenten is met name het probleemoplossend werken en het flexibel kunnen inzetten van eigen rekenkennis en -vaardigheden een probleem. De studenten kunnen vaak wel iets uitrekenen maar zijn minder goed in staat om een (complex) rekenvraagstuk te analyseren en vervolgens een adequate oplossingsprocedure te bedenken. Ook zijn ze minder goed in het logisch denken, redeneren en communiceren over rekenproblemen. Aandacht voor het ontwikkelen van een systematische probleemaanpak is voor deze studenten van belang. Zie hiervoor het Drieslagmodel in hoofdstuk 11.

9.3 Strategisch denken en handelen

Rekenen in het onderwijs is de basis voor het functioneren in de maatschappij. Daarvoor moet de student in staat zijn datgene wat hij in het onderwijs heeft geleerd flexibel toe te passen in functionele situaties. Rekenen wordt dan gebruikt als gereedschap om rekenvraagstukken op te kunnen lossen. In het onderwijs gebeurt dit in beroepsgerichte activiteiten en aan de hand van (complexe) contexten. Het is de weg naar functionele gecijferdheid.

Het fundament voor functionele gecijferdheid wordt gelegd in het basisonderwijs. Daar wordt elke dag gerekend. Dit is de ideale plaats om rekenen als gereedschap te ontwikkelen zodat de student uiteindelijk kan functioneren in de maatschappij. Naarmate studenten vorderen in het onderwijssysteem krijgt rekenen steeds minder expliciete aandacht. Men veronderstelt dat studenten het rekenen (flexibel) kunnen toepassen in andere vakken en in beroepsgerichte opleidingen. Flexibiliteit houdt dus ook in de 'transfer' naar andere vakken. Het is echter niet vanzelfsprekend dat alle studenten dit zomaar kunnen.

Transfer naar andere situaties kan worden bereikt door collega's van andere vakken ook te betrekken bij het rekenonderwijs en onderwerpen op elkaar af te stemmen door een rekenleerlijn neer te zetten. Transfer wordt ook bereikt door de rekenleerlijn af te stemmen met de rekentaken uit de leerlijn van de beroepsgerichte vakken. Daarom is het nodig probleemoplossend leren en werken regelmatig te oefenen. Elke opdracht in welk vak dan ook is zinvol, mits rekenkennis en -vaardigheden geïntegreerd worden toegepast. Bij deze opdrachten gaat het met name om het ontwikkelen van competenties om in rekensituaties adequaat te kunnen handelen. Dit betekent onder meer het volgende:

- In een functionele situatie getallen en symbolen identificeren en er betekenis aan geven.
- Bepalen welke rekenhandelingen nodig zijn om een probleem op te lossen. Het oplossen hoeft niet altijd te bestaan uit iets uitrekenen. Het kan ook bestaan uit informatie opnemen en vervolgens een actie uitvoeren. Bijvoorbeeld op een reistijdentabel van de spoorwegen uitzoeken hoe laat een trein vertrekt en vanaf welk perron.
- Communiceren over rekenvraagstukken.
- Effectieve beslissingen nemen op basis van berekeningen, bijvoorbeeld bij de aankoop van meubilair.
- Een onderzoekende houding ontwikkelen voor het zelfstandig verwerven van nieuwe informatie.
- Reflecteren op het eigen handelen.
- Constructief kunnen samenwerken.

Een gecijferd persoon kan strategisch denken en handelen. Hij kan bepalen welke oplossingsprocedure in een bepaalde situatie het meest effectief is. Hij kiest bij voorkeur zijn eigen meest efficiënte manier om een probleem aan te pakken en op te lossen. Hij kan zijn kennis en vaardigheden flexibel toepassen.

KERN Rekenzwakke studenten

In het onderwijs wordt veel aandacht besteed aan cognitieve kennis en vaardigheden en veel minder – eigenlijk niet of nauwelijks – aan strategisch denken en handelen. Men gaat er min of meer van uit dat dit vanzelf gebeurt, afhankelijk van de cognitieve vaardigheden.

Rekenzwakke studenten beschikken echter meestal over minder zelfsturing. Hierdoor zijn zij minder goed in staat hun eigen cognitieve handelingen aan te sturen. Zij nemen nieuwe informatie gebrekkig op en ontwikkelen daardoor fragmentarische kennis of vergeten weer snel wat ze hebben geleerd. Het automatiseren en memoriseren lukt maar ten dele of helemaal niet. Doordat de kennis en vaardigheden niet beklijven, komen zij ook niet toe aan flexibiliseren en aan probleemoplossend ofwel strategisch denken en handelen. Het gevolg daarvan is dat zij niet of nauwelijks bruikbare rekenkennis en rekenvaardigheden ontwikkelen.

In elke fase van het rekenonderwijs wordt een beroep gedaan op het toepassen (gebruiken) van verworven kennis en vaardigheden. Over het algemeen wordt in het onderwijs te weinig tijd besteed aan een probleemoplossende aanpak. Met name de rekenzwakke student komt nauwelijks toe aan het toepassen van verworven kennis en vaardigheden. De docent is al gauw bereid stap voor stap hulp te bieden bij het oplossen van rekenproblemen. De student krijgt minder kansen om zijn kennis en vaardigheden in werkelijkheidssituaties te gebruiken. Juist om hem te beschermen krijgt hij minder vaak moeilijke contexten en dus minder uitdaging.

Deze misvatting kan de docent doorbreken door rekenzwakke studenten juist wel te laten werken aan motiverende en functionele opdrachten die passen bij het niveau van de student. Het betekent wel dat de docent in de groep rekening moet houden met wie hij de rekenzwakke student laat samenwerken en welke opdrachten hij kan bieden. Ook bij het gezamenlijk bespreken geeft de docent de student de ruimte die hij aankan.

9.4 Signalering bij flexibel toepassen

S10 – Gebrekkige oplossingsprocedures en tekorten in het strategisch denken en handelen belemmeren het flexibel toepassen

In het onderwijs wordt veel aandacht besteed aan het ontwikkelen van cognitieve kennis en vaardigheden en veel minder aan het ontwikkelen van strategisch denken en handelen.

De rekenzwakke student hanteert vaak gebrekkige oplossingsprocedures. Deze kan hij dus ook niet optimaal inzetten bij het uitwerken van complexere berekeningen. Dit belemmert de ontwikkeling van het strategisch denken en handelen.

9.5 Begeleiding bij flexibel toepassen en verdiepen

- Laat met name ook de rekenzwakke student probleemoplossend werken. Dit is noodzakelijk om hem in de toekomst als gecijferde volwassene door het leven te laten gaan. Taal en rekenen zijn hiervoor de basisingrediënten. Taal en rekenen gaan altijd hand in hand in functionele situaties. Bij probleemoplossend werken leert hij zijn rekenkennis en -vaardigheden flexibel toepassen.
- Daag studenten uit om strategisch te denken en te handelen. Juist binnen het rekenonderwijs kan hier expliciet aandacht aan worden besteed. Laat studenten bij complexere (beroepsgerichte) opdrachten zelf plannen en bedenken welke oplossingsprocedures zij kunnen gebruiken.
- Stem het strategisch denken en handelen af op praktijkgerichte opdrachten. Rijke contextproblemen bieden hiervoor goede mogelijkheden, maar juist ook opdrachten die gerelateerd zijn aan het rekenen in buitenschoolse situaties. Tijdens de beroepspraktijkvorming kunnen functionele rekenactiviteiten worden ingebouwd.
- Gebruik het Drieslagmodel (zie hoofdstuk 11) om systematisch aan het probleemoplossend denken en handelen van studenten te werken. Zie afbeelding 11.8 van de studentkaart van het Drieslagmodel.
- Geef rekenzwakke studenten niet voortdurend opdrachten waarbij het accent ligt op het technisch oefenen, oefenen en nog eens oefenen. Studenten ervaren stress en kunnen faalangst ontwikkelen als zij 'het steeds weer niet kunnen'. Dit geldt met name als zij voortdurend worden geconfronteerd met dergelijke opdrachten, bijvoorbeeld het maken van 'kale sommen' die zij niet begrijpen.
Met name goede opdrachten in contexten en in meer informele situaties dagen studenten uit hun aandacht te richten op andere vaardigheden (bedenken hoe je een probleem kunt oplossen) en minder op de technische rekenaspecten.
- Geef rekenzwakke studenten zoveel opdrachten mee dat het voor hen te overzien valt. Maak de hoeveelheid werk voor de student overzichtelijk.
- Zorg voor opdrachten met contexten waarbij juist de rekenzwakke student succes kan behalen. Laat hem in de groep werken, zodat strategisch denken en handelen en de samenwerking hierbij worden gestimuleerd. Dit verhoogt de motivatie en dat biedt weer andere kansen.
- Laat de rekenzwakke student op meer informele wijze en op zijn eigen manier rekenen. Laat hem gerust kiezen voor zijn eigen beste oplossingsprocedures, zelfs al is dit een oplossingsprocedure op een lager niveau dan het formele. Zo zal hij bijvoorbeeld meer tussenstappen maken bij een vermenigvuldiging. Dat is niet erg. In ieder geval laat hij dan zien wat hij kan in een functionele situatie. Dit bevordert de motivatie en het zelfvertrouwen van de student. De beste bijdrage leveren opdrachten die binnen de mogelijkheden van de student passen, zodat hij succeservaringen beleeft.

Deel 3

Afstemmen

10 Het Handelingsmodel

11 Het Drieslagmodel

12 Samenhang en afstemming tussen beide modellen

13 Aandachtspunten voor het signaleren van rekenproblemen

10 **Het Handelingsmodel**

Het Handelingsmodel is een model om de rekenontwikkeling van studenten te volgen, te stimuleren en te begeleiden. Het model biedt aanknopingspunten voor het observeren, analyseren en interpreteren van rekenhandelingen van studenten. Op grond hiervan kan de docent vaststellen of er sprake is van knelpunten. Als de rekenproblematiek helder is, kan de docent zijn onderwijsaanbod nauwkeurig afstemmen op de onderwijsbehoeften van zijn studenten.



10.1 De handelingstheorie

Het Handelingsmodel is afgeleid van de handelingstheorie. In de wetenschap bestaan diverse theorieën over het leren rekenen. Wij kiezen voor de handelingstheorie als de theoretische onderbouwing van de rekenontwikkeling. Het belangrijkste argument is dat het Handelingsmodel verhelderend werkt bij het in beeld brengen van deze ontwikkeling bij studenten (Van Groenestijn, 2002, 2009a, 2009b).¹ Zie bijlage A: achtergronden van leren rekenen en rekenproblemen.

De kern van de handelingstheorie is dat iedereen zelf kennis en vaardigheden ontwikkelt door interactie met anderen in informele en formele situaties. Het informele leren is de basis van het formele leren. Informeel leren bestaat vooral uit doen, waarnemen, zich iets kunnen voorstellen, communiceren en reflecteren, verwoorden en logisch ordenen van informatie. Hierop gebaseerd ontwikkelen studenten in formele (schoolse) situaties formele handelingen en bewerkingen. Het informele en het formele proces gaan samen en verlopen vaak tegelijkertijd. Informeel en formeel leren gaan hand in hand. Naarmate studenten meer informele (buitenschoolse) ervaringen opdoen en dit informele leren beter verloopt, leggen zij een betere basis voor het formele leren. De stimulans van volwassenen en medestudenten in de directe leef- en leeromgeving van de student is hierbij cruciaal.

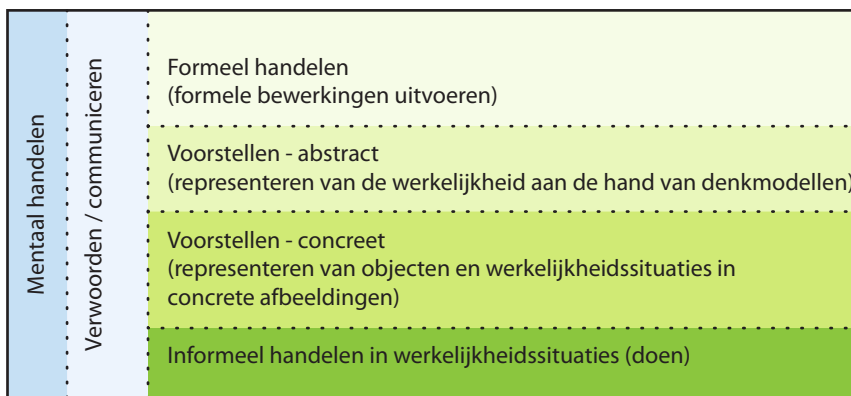
Studenten leren onderling ook steeds meer van elkaar, van andere volwassenen in buitenschoolse situaties en later ook van collega's en werkgevers in beroepssituaties. De school is belangrijk voor het formeel en het beroepsgericht leren. De school neemt evenwel maar een deel van de dag in beslag. Een belangrijke taak van de school is om bij het verwerven van formele kennis en vaardigheden, zoals het uitvoeren van formele rekenbewerkingen, zoveel mogelijk de koppeling te maken met informele en beroepsgerichte kennis en vaardigheden. Studenten leren hierdoor betekenis te geven aan opdrachten die horen tot het formele leren. Ze leren hun formele kennis en vaardigheden gebruiken in allerlei dagelijkse, functionele situaties. In het mbo kunnen de praktijkvakken, zoals techniek, gezondheidskunde en verzorging een belangrijke schakel zijn tussen school en maatschappij en tussen het formele en informele (of wellicht het semiformele) leren.

Leren in informele en beroepsgerichte situaties stopt nooit en is belangrijk voor het ontwikkelen van praktische kennis en vaardigheden die nuttig zijn voor het verdere leven. In de huidige maatschappij van een leven lang leren speelt het leren zich voor minstens driekwart van de tijd af in zulke leersituaties.

10.2 Het Handelingsmodel

Het Handelingsmodel is (zie afbeelding 10.1) is een schematische weergave van de rekenontwikkeling die geldt voor alle studenten. Aan de hand van dit model kan de docent gericht observeren en signaleren hoe de rekenontwikkeling van de studenten verloopt. Daardoor biedt het model ook aanknopingspunten voor het afstemmen van het rekenonderwijs op de ontwikkeling van de studenten.

¹ De rekenontwikkeling van leerlingen kan theoretisch worden onderbouwd en ondersteund met de handelingstheorie (Van Oers, 1987; Van Groenestijn, 2002). Het Handelingsmodel is afgeleid van de oorspronkelijke handelingstheorie van Galperin (Van Parreren & Nelissen, 1977).



Afbeelding 10.1 Het Handelingsmodel en de handelingsniveaus

Studenten leren van elkaar en van volwassenen op vier niveaus van handelen. Daarom spreken wij van ‘handelingsniveaus’.

- **Handelingsniveau 1: *informeel handelen in werkelijkheidssituaties (doen)***
Op dit laagste, eerste niveau, leren studenten op informele wijze door samen iets te doen.
- **Handelingsniveau 2: *voorstellen – concreet (representeren van objecten en werkelijkheidssituaties in concrete afbeeldingen)***
Op dit niveau leren zij door elkaar over een concrete situatie iets te vertellen en daarbij gebruik te maken van afbeeldingen van de werkelijkheid.
- **Handelingsniveau 3: *voorstellen – abstract (representeren van de werkelijkheid aan de hand van denkmodellen)***
Op het derde niveau leren zij op een meer abstract niveau te redeneren aan de hand van schematische voorstellingen van de werkelijkheid met denkmodellen, schema’s of werktekeningen.
- **Handelingsniveau 4: *formeel handelen (formele bewerkingen uitvoeren)***
Ten slotte leren zij op het hoogste, vierde niveau redeneren op basis van tekst, getallen of een combinatie van beide (formeel handelen door berekeningen uit te voeren of te symboliseren).

Dit proces is een wisselwerking tussen het *mentaal handelen* (denken) en het *werkelijke handelen* (doen, waarnemen). Het mentaal handelen stuurt het werkelijke handelen aan, maar het mentaal handelen wordt ook steeds verder ontwikkeld tijdens het doorlopen van deze vier niveaus. In *communicatie* met anderen leert de student zijn handelingen verwoorden, beargumenteren en logisch redeneren. Het verwoorden en logisch redeneren ondersteunt ook het mentaal handelen (Van Oers, 1987; Van Groenestijn, 2002). Zie ook paragraaf 10.4.

Bij het ontwikkelen van rekenconcepten en rekenvaardigheden doorlopen studenten deze handelingsniveaus. Een goede ontwikkeling op de onderste twee niveaus is de basis voor het handelen en functioneren op de bovenste twee.

Naarmate studenten meer rekenervaring hebben opgebouwd, functioneren zij (in het algemeen) meer op de hoogste twee niveaus. De koppeling met de lagere, concrete niveaus blijft echter altijd belangrijk. Het informele handelen op deze niveaus is namelijk de schakel met het functioneren in het dagelijks leven en met het ontwikkelen van praktische kennis en vaardigheden. Met name voor studenten in lagere mbo-opleidingen maakt deze schakel het leren op school concreet en relevant voor de praktijk. Als zij zich iets kunnen voorstellen bij opdrachten op school, kunnen zij deze koppelen aan praktische, bruikbare kennis en vaardigheden. Zo krijgt rekenen voor hen betekenis. Studenten in hogere mbo-opleidingen kunnen meer afstand nemen van concrete situaties. Zij zijn beter in staat om op een meer abstract niveau te redeneren en problemen op te lossen.

De vier handelingsniveaus zijn op iedereen van toepassing bij het leren rekenen. Het onderscheid in niveaus is kunstmatig maar uitermate geschikt om er praktische rekendidactiek op te baseren. Het model is een hulpmiddel voor de docent om de ontwikkeling van studenten te kunnen volgen, eventuele problemen te analyseren en het onderwijs af te stemmen op dat wat een student nodig heeft.

10.3 Schakelen tussen handelingsniveaus

Voor de rekenzwakke student is het essentieel dat zijn rekenontwikkeling steeds begint vanuit het lagere handelingsniveau. Het is de taak van de docent om de student abstracte onderwerpen, zoals breuken, decimale getallen en procenten, zich eerst concreet te laten voorstellen. Pas daarna kan hij ernaar toewerken dat de student op de hogere, abstractere handelingsniveaus leert rekenen.

De student zal steeds de koppeling willen maken naar concreet voorstelbare situaties waarop de rekenopdrachten voor hem van toepassing zijn. De docent kan hiertoe gebruik maken van werkelijkheidsituaties. Hij hoeft meestal niet op handelingsniveau 1 te beginnen.

Wanneer de docent een opdracht aanbiedt op handelingsniveau 2 (voorstellen – concreet), kan hij gebruik maken van afbeeldingen die verwijzen naar de leefwereld van de student. Bij het rekenen met breuken bijvoorbeeld kan hij pizza's, taarten, stokbrood, Turks brood, Italiaans brood van een lokale pizzeria of supermarkt laten zien. Hoe meer een afbeelding refereert aan werkelijkheidsituaties, hoe beter zij voor de student herkenbaar is. Breuken kan de docent visueel en betekenisvol maken door de studenten een pizza te laten verdelen. Studenten kunnen al tekenend (voorstellen – abstract, niveau 3) verdelingen en berekeningen (formele bewerkingen, niveau 4) maken om de pizza eerlijk te verdelen. De docent laat de studenten schakelen tussen de handelingsniveaus.

Eerlijk delen. Hoeveel krijgt ieder?

..... ieder krijgt pizza

Afbeelding 10.2 Eerlijk delen

Afbeelding 10.2 geeft een voorbeeld om de opdracht te geven dat vier studenten drie pizza's eerlijk moeten delen. De opdracht schakelt tussen vier handelingsniveaus.

- Handelingsniveau 1: *informeel handelen in werkelijkheidssituaties*
De docent maakt op dit niveau gebruik van pizza's van bijvoorbeeld karton. De studenten kunnen actief manipuleren met de pizza's. De docent observeert wat er gebeurt en laat de studenten vertellen wat ze doen.
- Handelingsniveau 2: *voorstellen – concreet*
Op dit niveau maakt de docent gebruik van een afbeelding (foto of tekening) van drie pizza's en vier studenten. Dit kan bijvoorbeeld op een interactief bord worden geprojecteerd. De studenten bespreken hoe zij de pizza's gaan verdelen en vertellen hoe zij rekenen.
- Handelingsniveau 3: *voorstellen – abstract*
Dit is het niveau van het presenteren van de werkelijkheid aan de hand van denkmodellen. De studenten maken op dit niveau gebruik van denkmodellen. In het voorbeeld is dit een cirkel, maar het kunnen ook vierkanten of rechthoeken of stroken zijn. De studenten tekenen de verdeling en bepalen het resultaat.
- Handelingsniveau 4: *formeel handelen*
Op dit niveau voeren studenten de formele bewerking uit. De studenten leren dat $3 \div 4 = \frac{3}{4}$.

Het is de taak van de docent om de relatie te leggen (schakelen) tussen de verschillende handelingsniveaus. In een latere fase, als de studenten berekeningen of sommen maken, kan hij deze relaties weer oproepen door te verwijzen naar de pizzacontext. De studenten hebben hiermee een denkmodel gekregen, waaraan ze kunnen refereren. Als de docent beschikt over een digibord kan hij zo'n situatie snel weer tevoorschijn laten komen.

10.4 Verwoorden/communiceren en mentaal handelen

Dat de student vertelt en verwoordt hoe en waarom hij bepaalde handelingen verricht, draagt wezenlijk bij aan zijn rekenontwikkeling. In communicatie met anderen leert de student zijn gedachten logisch te ordenen en te verwoorden. Door de reacties van anderen gaat de student steeds beter logisch redeneren. Dit levert een essentiële bijdrage aan de beheersing van rekenvaardigheden die op dat moment aan de orde zijn (verinnerlijken, begrijpen). In het voorbeeld hierboven laat de docent de studenten vertellen hoe ze de opdrachten aanpakken. Volgens het Handelingsmodel stuurt de docent hiermee het *verwoorden/communiceren*. Dit is de rechter kolom in afbeelding 10.1.

De linker kolom is die van het *mentaal handelen*. Dit speelt zich af op cognitief niveau (denken). Het verzorgt de aansturing van elke handeling op elk van de niveaus én van het vertellen over en het verwoorden van deze handelingen. Het mentaal handelen stuurt cognitieve processen aan zoals waarnemen, observeren, identificeren, analyseren, structureren (ordenen), construeren, reconstrueren, redeneren, interacteren en reflecteren. Bij de rekenontwikkeling passen studenten deze algemene cognitieve vaardigheden specifiek toe op onderwerpen van rekenkundige aard.

Het doorlopen van de vier niveaus van rekenkundig handelen in combinatie met het erover communiceren, draagt op zijn beurt weer bij aan de ontwikkeling van het mentaal handelen. Het mentaal handelen stuurt deze activiteiten aan, maar het werkt dus ook andersom. Het mentaal handelen wordt ontwikkeld door het uitvoeren van die andere activiteiten.

10.5 De betekenis van het Handelingsmodel voor rekenen

Bij het ontwikkelen van rekenconcepten en rekenvaardigheden doorlopen studenten de vier handelingsniveaus. Het Handelingsmodel staat in verband met de Hoofddlijnen in hoofdstuk 6 en 7. Hoofddlijn 1 is 'verder ontwikkelen van begripsvorming' en Hoofddlijn 2 is 'verder ontwikkelen en consolideren van oplossingsprocedures'.

Bij jonge kinderen zien wij vooral een ontwikkeling die start bij niveau 1. Naarmate studenten meer kennis en vaardigheden hebben ontwikkeld, kunnen zij op willekeurig andere niveaus instappen. Een goede ontwikkeling op de onderste twee niveaus in afbeelding 10.1 is echter altijd noodzakelijk voor het betekenisvol handelen en functioneren op de bovenste twee niveaus van het Handelingsmodel.

Het model geeft de opbouw van en de samenhang tussen de verschillende niveaus van handelen systematisch en in detail weer. Het model biedt drievoudige ondersteuning.

- Het biedt de docent ondersteuning bij het observeren van studenten tijdens het rekenen, waardoor hij de overgangen van het ene naar een volgend of vorig niveau van handelen kan herkennen.
- Het biedt aanknopingspunten om het onderwijsaanbod nauwkeurig af te stemmen op de onderwijsbehoeften van studenten bij het rekenen.
- Het biedt aanknopingspunten voor de begeleiding van de studenten die meer ondersteuning nodig hebben bij hun rekenontwikkeling.

De handelingstheorie leert ons twee zaken die met elkaar samenhangen. Zij leert dat studenten actief bij hun eigen ontwikkeling betrokken moeten zijn voor een optimaal leerrendement. Het tweede punt is dat leren betekenis moet hebben voor studenten.

Leren rekenen is niet alleen leren uit een boek en sommen maken. Experimenteren en ervaringen opdoen in samenwerking met anderen horen er ook bij. Dit vormt de basis om functionele kennis en vaardigheden te verwerven. Het is belangrijk dat de docent in zijn onderwijsaanbod ruimte biedt voor experimenteren. De docent wisselt dit af met meer sturende activiteiten als uitleggen, begeleid leren, instrueren, voordoen – nadoen, samenwerkend leren. Hij laat de studenten ook (regelmatig) oefenen om de leerstof zelfstandig te verwerken. Hierdoor kunnen zij hun vaardigheid ontwikkelen, onderhouden, automatiseren en memoriseren. Ook dit is een onmisbaar deel in het leerproces.

De ene student heeft meer en andere ondersteuning en ook meer oefentijd nodig dan de andere student. De docent zorgt voor variatie bij de oefeningen. Hij zorgt dat de student de verbinding kan maken tussen informeel en formeel leren. Oefenen vraagt ook om opdrachten die schakelen tussen de verschillende handelingsniveaus.

De docent is cruciaal om de student te laten schakelen tussen formeel leren op school en informeel leren in buitenschoolse situaties. Een docent die zich hiervan bewust is, probeert informeel leren steeds in te bouwen in formeel leren. Tijdens het leerproces legt hij verbanden met buitenschoolse ervaringen van studenten en laat hij studenten experimenteren met werkelijkheidsmaterialen. Leren op school krijgt daardoor betekenis vanuit het dagelijks leven van de studenten en omgekeerd.

10.6 Het Handelingsmodel als model voor observatie (in de groep)

Het Handelingsmodel kan op de eerste plaats worden gebruikt om de ontwikkeling van studenten in de groep te volgen (observeren), eventuele knelpunten tijdig te signaleren en deze te analyseren. Dit is voorwaarde om het didactisch handelen te kunnen afstemmen op de onderwijsbehoeften van studenten, in het bijzonder van de rekenzwakke studenten.

Daarnaast kan dit model worden gebruikt voor individuele observaties, diagnostische gesprekken en ondersteuning van studenten die in begeleidingscategorie 2 en 3 vallen (zie deel 4).

In de opleiding is het van belang dat de docent de ontwikkeling van alle studenten systematisch volgt, zeker die van de rekenzwakke studenten. Het Handelingsmodel biedt hem ondersteuning om eventuele knelpunten te analyseren en te beschrijven. Door vanuit het Handelingsmodel te kijken naar hoe studenten rekenen en naar de leerstof in de boeken kan de docent zijn eigen didactisch handelen hierop afstemmen.

Met behulp van het Handelingsmodel kan de docent achterhalen of een student rekenactiviteiten uitvoert op basis van begrip en inzicht. Als de student zelf goed kan uitleggen wat hij doet, laat hij horen dat hij begrijpt wat hij doet. Het is dan ook van belang dat de docent studenten regelmatig laat verwoorden hoe zij hun berekeningen uitvoeren. Het is niet genoeg als de docent alleen maar uitlegt en voordoet hoe zij berekeningen moeten uitvoeren.

Hierna volgt een voorbeeld van een observatie waarmee de docent onderzoekt of studenten begrip hebben van het concept oppervlakte en de daarbij passende berekeningen kunnen uitvoeren.

Bij het voorbeeld in afbeeldingen 10.3 tot en met 10.6 kan de docent via gerichte vragen tijdens de les studenten observeren of studenten een oppervlakte kunnen berekenen en zo ja, hoe zij dat doen. Met behulp van het Handelingsmodel kan de docent systematisch analyseren en beschrijven welke knelpunten hij signaleert. Het gebruik van het model lijkt eenvoudig, maar in werkelijkheid vraagt dat om de nodige voorkennis en oefening. Het vraagt ook dat de docent opdrachten aanbiedt die het de studenten mogelijk maken op de verschillende handelingsniveaus te handelen en dit te verwoorden.

- Handelingsniveau 1: *informeel handelen in werkelijkheidssituaties*

Op niveau 1 observeert de docent de wijze waarop studenten de oppervlakte van hun eigen lokaal berekenen. Hij laat ze vertellen wat zij weten over het concept oppervlakte en hoe zij de oppervlakte bepalen. Welke oplossingsprocedures gebruiken zij? Kunnen zij de lengte en breedte van het lokaal meten? Hoe doen zij dat? Maken zij bijvoorbeeld schattend gebruik van het aantal ramen? Maken zij eventueel gebruik van de banen linoleum? Hoe rekenen zij als het lokaal niet rechthoekig is?

**De studenten meten de lengte en de breedte van het lokaal.
Zij bepalen vervolgens de oppervlakte van het lokaal.**

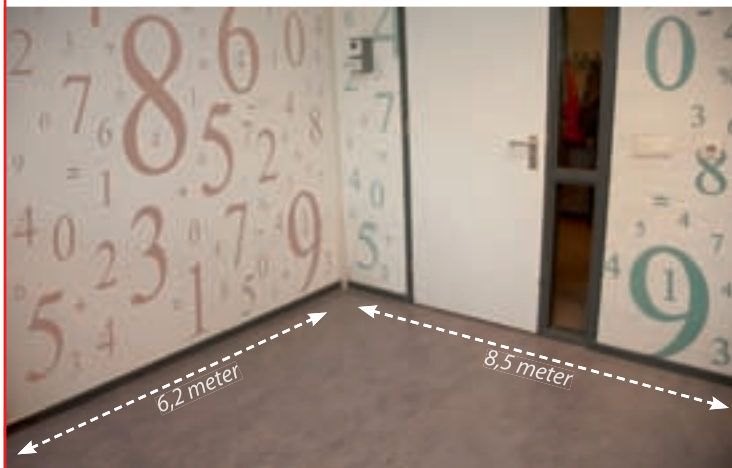


Afbeelding 10.3 *Handelingsniveau 1: informeel handelen in werkelijkheidssituaties*

- Handelingsniveau 2: *voorstellen – concreet*

Op niveau 2 is het de vraag of een student aan de hand van een foto of tekening met maten kan aangeven wat de oppervlakte van het lokaal is en hoe hij die bepaalt. Studenten maken hierbij gebruik van de kennis die zij al hebben. De docent krijgt hier een indruk van wat de studenten al weten over oppervlakte. Welke begrippen en rekentaal gebruiken ze om te vertellen wat ze zien in de afbeelding?

De lengte en breedte van het lokaal zijn gegeven aan de hand van een foto. De studenten berekenen de oppervlakte.

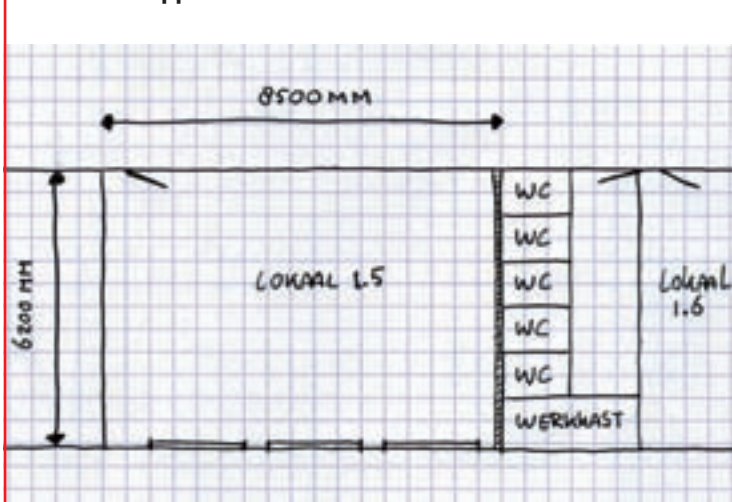


Afbeelding 10.4 Handelingsniveau 2: voorstellen – concreet

- Handelingsniveau 3: voorstellen – abstract

Op niveau 3 is het de vraag of een student in staat is (een weergave van) de werkelijkheid te vertalen naar een model of schematische tekening of, omgekeerd, achter zo'n model de werkelijke situatie te herkennen. Ook speelt op dit niveau de vraag of de student – zonder vertaling naar niveau 2 of 1 – de kenmerken van het model kan gebruiken om tot een passende redering of een juiste oplossing te komen.

Bereken de oppervlakte van lokaal 1.5.



Afbeelding 10.5 Handelingsniveau 3: voorstellen – abstract

De studenten hebben een plattegrond van het lokaal met maten erbij. Kunnen alle studenten de begrippen lengte en breedte gebruiken? En van vierkante meters? Kunnen zij vertellen hoeveel meter(s) er in de lengte en breedte gaan? Ook als het geen hele meters zijn? Kunnen zij de oppervlakte bepalen aan de hand van het aantal vierkante meters?

- Handelingsniveau 4: *formele bewerkingen uitvoeren*

Op niveau 4 ten slotte is het de vraag of de studenten spontaan een passende redenering kunnen gebruiken of de juiste procedure voor het berekenen kunnen toepassen. Met spontaan bedoelen we dat de studenten niet eerst terugschakelen naar de niveaus 3, 2 of 1.

Bereken de oppervlakte.

Oppervlakte = lengte x breedte

Maten: lengte = 8,5 m

breedte = 6,2 m

Afbeelding 10.6 *Handelingsniveau 4: formele bewerkingen uitvoeren*

Kunnen de studenten de formule lengte x breedte schrijven als som? Kunnen zij de oppervlakte uitrekenen? Kunnen zij beredeneren wat en hoe zij dit uitrekenen? Kunnen zij hun antwoord controleren en bepalen of dit juist is?

10.7 Het Handelingsmodel als model voor afstemming van de didactiek

Het rekenen tijdens de opleiding speelt zich meestal af op het formele, vierde handelingsniveau (sommen maken). Rekenproblemen kunnen ontstaan als de docent de studenten (te) snel op de hogere handelingsniveaus laat werken en (te) weinig aandacht besteedt aan de relaties tussen de verschillende niveaus. De onderliggende niveaus zijn de basis voor begrip en inzicht. Op het hoogste niveau worden het formele rekenen en de oplossingsprocedures geoefend. Hierbij gaat het om het leren automatiseren en memoriseren van de basisbewerkingen en van de tafels. Verder gaat het om het leren hoofdrekenen en het werken met algoritmes. Ook berekeningen met breuken, procenten, decimale getallen en met maten horen daarbij. Het begrijpen van formele oplossingsprocedures wordt ontwikkeld door voortdurende koppeling met de onderliggende niveaus.

KERN

De docent zorgt tijdens zijn rekenaanbod voor verschillende niveaus van handelen

Sommige studenten hebben veel moeite met de stap naar het formele niveau. Juist voor hen is het belangrijk om systematisch de relatie te blijven leggen met de onderliggende niveaus. De docent koppelt bewerkingen op het formele niveau aan een context (een verhaal bedenken bij een som), hij laat de studenten visualiseren (een schets maken van het verhaal of probleem) of hij laat hen werken met denkmodellen en hulpmaterialen. Een systematische multi-channel aanpak in een tempo dat afgestemd is op de individuele student kan meer en beter resultaat opleveren dan het blijven aanbieden van oefeningen met sommen op het formele niveau.

Op basis van de interpretaties van zijn observaties zoals in paragraaf 10.6 beschreven kan de docent tijdens de lessen met behulp van het Handelingsmodel het onderwijsaanbod nauwkeurig afstemmen op het handelingsniveau van de studenten. De vier niveaus van handelen vormen elk een ingang om in te spelen op de onderwijsbehoeften van studenten. Dit is met name van toepassing bij de ontwikkeling van begripsvorming (Hoofdlijn 1) en van oplossingsprocedures (Hoofdlijn 2).

De docent start op het handelingsniveau waarvan hij zeker weet dat de studenten op dat niveau het rekenen beheersen, bijvoorbeeld op niveau 2 (concrete afbeeldingen van een situatie). Vervolgens zal hij de studenten stimuleren om op een hoger handelingsniveau te werken. Dan koppelt hij de uitwerking van de opdracht op het huidige niveau meteen aan het daarop aansluitende hogere niveau (schematiseren van de situatie). Stel dat in het bovenstaande voorbeeld van oppervlakte berekenen de docent niveau 2 wil koppelen aan niveau 3. De docent laat de studenten deze opdracht uitwerken (bijvoorbeeld in tweetallen) en laat hen daarna hun oplossingen toelichten. De docent bewaakt het proces van het werken op voorstellingsniveau, het verwoorden en het formuleren en schrijven van een berekening op papier.

Voor het ontwikkelen van goede, inzichtelijke procedures en notatiesystemen is het noodzakelijk dat de docent voortdurend de relatie legt tussen het concrete handelen, het concrete voorstellingsniveau, het schematiseren en de bewerkingen en dit regelmatig oefent met de studenten. Op alle niveaus is het verwoorden van de handelingen en het (rekenkundig) communiceren tijdens en over rekenhandelingen essentieel.

Onderstaande voorbeelden zijn illustraties bij het werken met het Handelingsmodel binnen verschillende onderwijssituaties.

1. Bereken de bevolkingsdichtheid van je eigen groep in jullie lokaal.

Hint:

Wat heb je daarvoor nodig?

- 1 Aantal studenten + docent
- 2 Oppervlakte lokaal
- 3 Aantal vierkante meters per persoon

2. Bereken de bevolkingsdichtheid van Nederland.

**Je eet driekwart pizza.
Hoeveel van alle voedingsstoffen krijg je binnen?**

Pizza
Met pepers

1 Pizza contains				
kcal	sugars	fat	saturates	sodium
796	9.0 g	33.8 g	9.0 g	1.90 g
40%	10%	48%	45%	79%

percentage of the guideline amount for a 2000 kcal-diet

1 Pizza contains				
kcal	sugars	fat	saturates	sodium
796	9.0 g	33.8 g	9.0 g	1.90 g
40%	10%	48%	45%	79%

percentage of the guideline amount for a 2000 kcal-diet

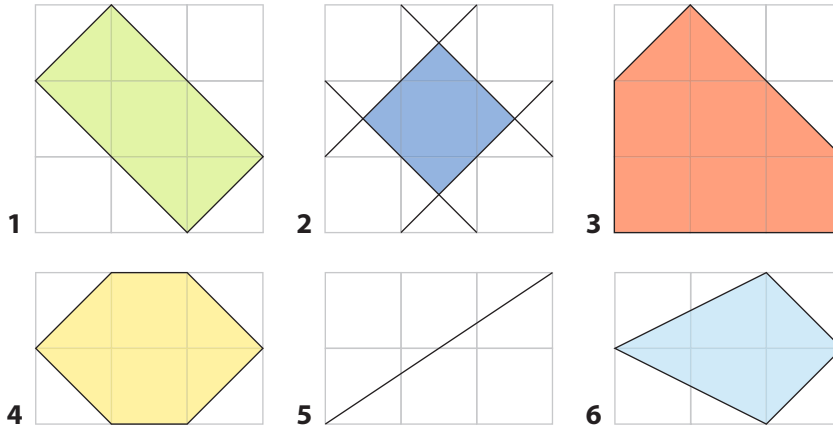
Afbeelding 10.8 Werken met het Handelingsmodel 2

Hoeveel bekers van 25 cl kun je vullen uit een vol melkpak van 1,5 liter?

Inhoud
1,5 liter

Afbeelding 10.9 Werken met het Handelingsmodel 3

Bereken de oppervlakte van de gekleurde delen.
Elk vierkantje in de tekening is 400 cm^2 .



Afbeelding 10.10 Werken met het Handelingsmodel 4

10.8 Het Handelingsmodel als model voor begeleiding

In de vorige paragrafen is het Handelingsmodel uitgelegd om de rekenontwikkeling van studenten in beeld te brengen en om de rekendidactiek te beschrijven. Wij hebben de normale rekenontwikkeling in de groep beschreven. Wanneer de docent een rekenmethode volgt, kan hij de meeste studenten voldoende afstemming bieden op hun onderwijsbehoeften.

KERN

De rol van de docent

Bij het leren uit een boek wordt verondersteld dat studenten als vanzelf de stap maken van werkelijkheid (niveau 1) naar concrete voorstellingen (niveau 2), schema's en denkmodellen (niveau 3) en sommen (niveau 4). Dit is echter niet zo vanzelfsprekend.

De docent heeft hier een cruciale rol. Hij legt de verbindingen tussen de verschillende niveaus. Door interactie (communicatie) en het laten verwoorden van handelingen die de student doet, stuurt de docent het mentale proces aan en begeleidt hij de student van het ene naar het andere niveau.

De docent kan knelpunten achterhalen door tijdens de les korte rekengesprekken te voeren met de studenten over hun aanpak en hen uit te dagen te vertellen wat ze doen en hoe ze het doen. Zo krijgt de docent zicht op het leerproces van de studenten en kan hij bepalen of de leerstof en de instructie voldoende zijn afgestemd of moeten worden bijgesteld.

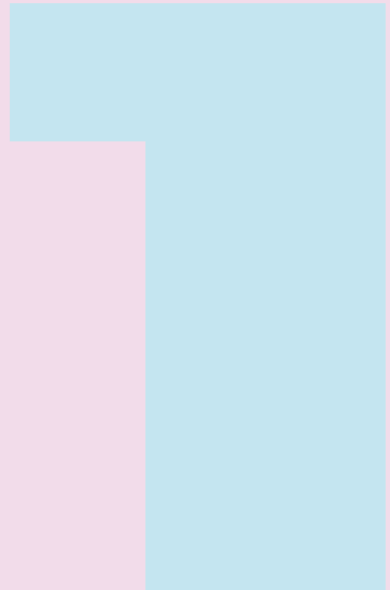
Bij de rekenzwakke student is het van belang dat de docent zijn onderwijsaanbod nauwkeuriger afstemt op diens onderwijsbehoeften. Zijn aanbod zal dan op subgroepniveau of zelfs individueel gericht zijn. Om aan te sluiten bij de ontwikkeling van deze student moet de docent preciezer bepalen wat die nodig heeft. Hiertoe gebruikt hij gegevens afkomstig van observeren, analyseren en

interpreteren tijdens de les. Hij maakt ook een analyse van de toetsresultaten. De afstemming van zijn onderwijsaanbod maakt hij bij voorkeur in overleg met een rekenspecialist. Samen bepalen zij hoe de student op de verschillende handelingsniveaus functioneert, waar eventuele knelpunten zitten en wat de docent daaraan kan doen.

11 **Het Drieslagmodel**

Dagelijkse situaties vragen doorgaans om probleemoplossend handelen. Rekenvaardigheid is hiervoor vaak een vereiste. Het oplossen van problemen gebeurt (onbewust) in een drietal stappen. Deze worden in dit hoofdstuk beschreven als het Drieslagmodel.

Deze stappen zijn in veel situaties gekoppeld aan enige mate van rekenvaardigheid. Dit hoofdstuk verbindt de drie stappen van probleemoplossing aan de vier Hoofdlijnen van rekenen.



11.1 Het Drieslagmodel als model voor probleemoplossend handelen

In het dagelijks leven wordt van jongeren en volwassenen verwacht dat zij kunnen handelen in situaties waarin gerekend wordt. Daarom moeten zij over goede en efficiënte oplossingsprocedures voor rekenen beschikken. Hiertoe behoren het kunnen identificeren en analyseren van de aard van de situatie en het kunnen toepassen van geautomatiseerde en gememoriseerde flexibele kennis en vaardigheden. Dit hebben wij beschreven bij de vier Hoofdpijnen in deel 2.

Het ultieme doel van het rekenonderwijs is functionele gecijferdheid. Dit houdt in dat studenten buiten school hun rekenvaardigheid optimaal kunnen gebruiken in dagelijkse situaties. Om probleemoplossend te kunnen handelen in dagelijkse situaties moeten zij in staat zijn zelfstandig beslissingen te nemen. Daarvoor is strategisch denken en handelen cruciaal. Dit is besproken in hoofdstuk 9.

In dit hoofdstuk koppelen wij de vier Hoofdpijnen aan het Drieslagmodel. Dit model gebruiken wij in dit protocol voor het analyseren van probleemoplossend handelen van de student (Van Groenestijn, 2002). Het biedt eveneens aanknopingspunten voor het didactisch handelen van de docent.

Rekenen in het dagelijks leven is altijd ingebed in authentieke en functionele situaties. Zo'n situatie is vaak een complex, samenhangend geheel van tekst en beeld – soms in combinatie met geluid – waaruit informatie moet worden afgeleid (zoals in een reclamefolder, een tv-spot of een handleiding). Op basis hiervan neemt iemand een beslissing, geeft een reactie of voert een handeling uit (zie afbeelding 11.1).

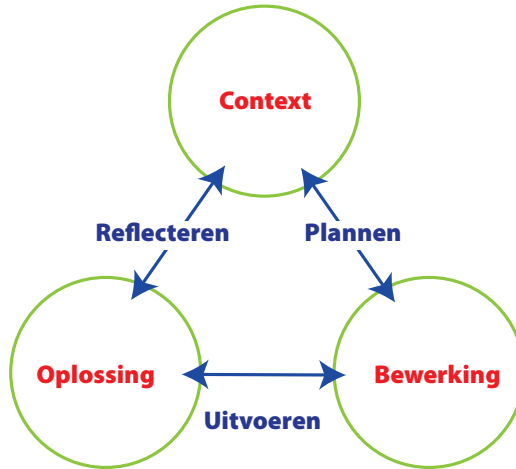
Om dat te kunnen doen moet hij de situatie eerst identificeren en begrijpen, de getalsmatige informatie eruit filteren en deze betekenis geven. Dat hij zelf deel uitmaakt van de situatie en er soms emotioneel bij betrokken is, maakt een analyse extra ingewikkeld.

Vervolgens bepaalt hij wat hij met de informatie gaat doen. In veel situaties zal hij daarbij iets moeten uitrekenen. Op grond van de uitkomst gaat hij al of niet tot actie over. Daarna kan hij beoordelen of zijn actie juist of verstandig is geweest.



Afbeelding 11.1 Televisie in de aanbieding

In dergelijke situaties doorloopt iedereen altijd drie vaste stappen: *plannen* (op basis van identificatie van de situatie), *uitvoeren* (iets doen, bijvoorbeeld uitrekenen) en *reflecteren* (nagaan of het resultaat van zijn actie klopt en past bij de situatie). Het eigenlijke rekenen is slechts een onderdeel van het probleemoplossend handelen, maar meestal wel essentieel voor het resultaat. Dit proces visualiseren we in het *Drieslagmodel* voor probleemoplossend handelen (zie afbeelding 11.2).



Afbeelding 11.2 Het Drieslagmodel

De *context* in het Drieslagmodel representeert een dagelijkse situatie, bijvoorbeeld een advertentie voor een televisie. De potentiële koper ziet de advertentie en bedenkt dat hij wel een nieuwe televisie nodig heeft.

Tijdens het *plannen* bedenkt hij wat hij allemaal moet weten en doen voordat hij de beslissing neemt de televisie aan te schaffen. Hij identificeert en analyseert getalsmatige informatie, tekst en symbolen in de advertentie en geeft daaraan betekenis. Onderdeel daarvan is het bedenken van de oplossingsprocedure. Hiervoor roept hij zijn kennis over procenten op uit zijn geheugen en bedenkt hoe hij de korting en de nieuwe prijs kan berekenen (*bewerking*). Vervolgens rekt hij de nieuwe prijs uit zoals hij dat het beste kan (*uitvoeren*) en komt tot een antwoord (*oplossing*). Hij relateert zijn antwoord aan de gegevens in de advertentie en bepaalt of het interessant is om deze televisie te kopen (*reflecteren*).

In het dagelijks leven gaan dit soort processen vrij snel. We zijn ons meestal niet bewust van de tussenstappen die we nemen, de interpretaties die we maken en de rekenactiviteiten die we uitvoeren. Het is een samenhangend geheel, de stappen zijn geïntegreerd. Het eigenlijke rekenen is onderdeel van dit proces.

In vertrouwde situaties maken we gebruik van bekende procedures die we eerder met succes hebben toegepast. Het toepassen van oplossingsprocedures verloopt heel snel en we bewaken (monitoren) voortdurend of het goed gaat. Meestal gaat het ook goed, maar er zijn momenten dat een oplossingsprocedure spaak loopt of dat we twijfelen over de oplossing. Meestal is dat binnen een context waarin we ons niet vertrouwd voelen (zoals voor het eerst een hypotheek afsluiten). Als er iets misgaat, worden we gedwongen na te denken over wat er misging, en hoe we het anders had-

den kunnen aanpakken. Als we ons onzeker voelen, denken we na over wat er zoal mis zou kunnen gaan en bedenken we alternatieven.

In veel situaties moeten we gedurende dit proces onze handelingen bijstellen. Als we halverwege een berekening constateren dat er iets niet klopt, beginnen we opnieuw. We reflecteren tussentijds op ons eigen handelen en we stellen ons handelen bij. Vervolgens voeren we onze berekening opnieuw uit of bedenken we een andere oplossingsprocedure. Daarna controleren we onze berekening nog een keer. Het bijsturen tijdens dit proces verloopt meestal in een flits, hooguit in enkele seconden (even nadenken). Als ervaren rekenaars gaan we voortdurend heen en weer in zo'n proces, zonder dat we ons dit bewust zijn. De pijlen in het Drieslagmodel wijzen daarom in twee richtingen: op alle momenten kunnen we teruggaan naar een andere stap.

11.2 Het Drieslagmodel als didactisch model

Het rekenen in de opleiding verloopt meestal anders dan daarbuiten. Tijdens de opleiding wordt probleemoplossend handelen (impliciet) geleerd met behulp van rekenen met contextopdrachten. Dit leidt uiteindelijk tot functionele gecijferdheid. Het verschil met de dagelijkse werkelijkheids-situaties in de vorige paragraaf is dat het probleem niet echt is, maar slechts 'voorstelbaar' is. De student is zelf (meestal) geen deel van de situatie. Rekenen met contexten is meestal ook niet doelbewust gericht op functionele gecijferdheid. Doorgaans hebben de contexten een didactisch doel. Het zijn betekenisvolle en voorstelbare situaties die de start zijn om nieuwe rekenkennis en -vaardigheden te leren, toe te passen of te oefenen.

Studenten hebben er echter baat bij om de problemen die in de contextopdrachten verwerkt zijn op een systematische en gestructureerde manier aan te pakken en op te lossen. Het Drieslagmodel biedt zo'n systematische aanpak voor probleemoplossend handelen (Van Groenestijn, 2002). De docent doet er goed aan zijn studenten te leren hoe zij met behulp van dit model contextopdrachten kunnen oplossen. Studenten leren dit aan de hand van de volgende drie sleutelwoorden:

- plannen (identificeren, analyseren, betekenis verlenen, voorkennis activeren, oplossing bedenken, ...);
- uitvoeren (doen);
- reflecteren (controleren).

KERN

'Wat-vragen'

Het proces van het probleemoplossend werken start met 'wat-vragen'.

Stap 1: *Wat is het probleem? Wat moet je weten om het probleem op te kunnen lossen?*

Deze vragen leiden tot het plannen van een actie of een bewerking.

Stap 2: *Wat doe je? Wat doe je eerst?*

De uitvoering van de gekozen bewerking(en) leidt tot het vinden van een oplossing.

Stap 3: *Wat heb je gedaan? Wat betekent deze oplossing binnen de context waarmee je begon? Heb je de bewerking correct uitgevoerd?*

Bij stap 3 reflecteert de student op zijn oplossingsprocedure. Dit leidt tot het accepteren of bijstellen van de gevonden oplossing. Ook kunnen op grond hiervan zowel de docent als de student een conclusie trekken over de manier van uitrekenen of over de interpretatie van het probleem.

De student leert aan de hand van deze vragen zijn rekenkundig redeneren en handelen te ordenen, te organiseren en systematisch te werken.

Stap 1: plannen

De student bestudeert de informatie in de context (tekst, beeld, eventueel geluid), haalt de rekenkundige (of getalsmatige) informatie uit de context, analyseert deze informatie en beoordeelt de informatie op relevantie. Daarmee geeft de student betekenis aan de informatie binnen deze context. Hij kan hierbij teruggrijpen op eerdere ervaringen en gebruik maken van verworven kennis. De problematiek krijgt hierdoor betekenis. Hij kan zich de situatie voorstellen en op zichzelf betrekken. Daarna kan hij bepalen wat hij met de relevante informatie gaat doen.

Hij stelt zichzelf vragen als: *Wat is het probleem? Welke gegevens heb ik nodig? Welke gegevens uit de context zijn nuttig? Wat ga ik uitrekenen? Welke berekening past daarbij?*

KERN Leermoment bij het plannen

Bij het plannen doet de student een beroep op zijn voorkennis. Op het moment dat de benodigde voorkennis niet aanwezig is, ontstaat er een leermoment. De student heeft behoefte aan instructie.

Aan de hand van bovenstaande vragen maakt de student de stap van context naar bewerking. Dit proces van betekenis verlenen aan informatie, het analyseren van deze informatie uit een context en het omzetten daarvan naar een rekenbewerking of -actie, noemen we 'horizontaal mathematiseren' (Treffers, 1991, 2005; Gravemeijer, 1994, 2005). Het woord 'horizontaal' verwijst naar het feit dat het probleem niet verandert, maar wordt 'vertaald' naar een rekenactie: het blijft op hetzelfde handelingsniveau.

Stap 1: plannen

In afbeelding 11.1, *voorbeeld televisie in de aanbieding*, bedenkt de student dat hij 20% korting en de nieuwe prijs gaat uitrekenen en ook op welke wijze hij dat gaat doen. Hij activeert zijn kennis over procenten en bepaalt hoe hij dit probleem kan uitrekenen. Hierbij kan hij zich afvragen of hij dat uit het hoofd kan, op papier, met een rekenmachine.

Afbeelding 11.3 *Stap 1 bij de probleemoplossing*

Stap 2: uitvoeren

De student voert de bewerking uit en komt tot een oplossing. De berekening is gebaseerd op zijn eigen kennis en vaardigheden. Naarmate hij een efficiëntere procedure gebruikt, zal hij sneller tot een juiste oplossing komen. Elke student voert de rekenhandeling uit op de manier waarop hij dat het beste kan doen. Dat kan op verschillende niveaus van handelen zijn. Zijn manier van oplossen past in het Handelingsmodel (zie paragraaf 10.2). Dit noemen we 'verticaal mathematiseren' (Gravemeijer, 1994, 2005). Het woord *verticaal* verwijst naar het niveau van handelen tijdens het uitvoeren van een bewerking (zie afbeelding 10.1).

Tijdens het uitvoeren van de bewerking stelt de docent zich vragen als: Welke oplossingsprocedure gebruikt de student? Begrijpt hij die procedure? Voert hij de berekening goed uit? Het gaat hier om technisch rekenen. De gebruikte oplossingsprocedure is afhankelijk van de kennis en vaardigheden van de student.

Leermoment bij het uitvoeren

Bij het uitvoeren kan de student een nieuwe oplossingsprocedure leren of oefenen. Ook kan hij een rekenopdracht op verschillende manieren oplossen.n.

Stap 2: uitvoeren

In afbeelding 11.1, *voorbeeld televisie in de aanbieding*, kan de student op verschillende manieren de korting en het nieuwe bedrag uitrekenen.

20% korting op een tv van € 220,--

- via de 1% regel (het bedrag delen door 100 en dan keer 20);
- door eerst 10% uit te rekenen (delen door 10) en daarna te verdubbelen tot 20%;
- door het bedrag te delen door 5;
- door het bedrag te vermenigvuldigen met 0,2.

Tot slot mag de student niet vergeten om de korting af te trekken van het oorspronkelijke bedrag.

In dit voorbeeld worden vier oplossingsprocedures genoemd die alle vier efficiënt zijn. Iedereen kiest, min of meer vanzelfsprekend, de procedure die hij het beste beheerst.

Technische rekenvaardigheid staat hier centraal.

Afbeelding 11.4 *Stap 2 bij de probleemoplossing**Stap 3: reflecteren*

Ten slotte koppelt de student de oplossing terug naar het oorspronkelijke probleem binnen de oorspronkelijke context. *Begrijp ik wat het antwoord betekent? Is het antwoord juist?* Als het antwoord niet juist is, gaat de student na wat er fout is gegaan tijdens de oplossingsprocedure en voert de berekening opnieuw uit (terug naar stap 2). In sommige situaties kiest hij voor een ander type bewerking (terug naar stap 1) en een andere manier van uitrekenen (opnieuw stap 2). Ook kan hij ter controle de rekenmachine gebruiken (stap 3).

Leermoment bij het reflecteren

Juist tijdens de reflectie kan er een bewust leermoment optreden voor de student. Hij ervaart wat er goed of niet goed is gegaan tijdens deze hele procedure. Hij kan op basis daarvan in een volgende vergelijkbare situatie sneller en efficiënter handelen.

Juist bij studenten die problemen hebben met automatiseren en memoriseren is de reflectie een cruciale stap in het leerproces. Hij wordt zich bewust van wat hij heeft geleerd en kan daardoor het geleerde beter associatief opslaan in zijn geheugen. Naarmate de student beter in staat is het geleerde in een associatief netwerk van kennis en vaardigheden op te slaan, is de kans groter dat hij het geleerde onthoudt. Als hij bijvoorbeeld weet dat 75% hetzelfde betekent als driekwart van iets en als hij de berekening kan uitvoeren door te delen door vier en te vermenigvuldigen met drie.

Stap 3: reflecteren

In afbeelding 11.1, *voorbeeld televisie in de aanbidding*, is er slechts één juist antwoord: € 176,00. Studenten die als antwoord € 44,00 hebben (het antwoord van hun kortingsberekening), moeten in deze stap ontdekken dat dit nooit het gevraagde bedrag kan zijn.

De reflectie vraagt dus niet alleen of het berekende bedrag goed of fout is, maar ook of hiermee antwoord is gegeven op de vraag. In andere situaties kunnen er soms meerdere oplossingsmogelijkheden zijn of is de oplossing minder expliciet. In alle gevallen is het terugplaatsen in de context voorwaarde om te kunnen bepalen of de berekening en het antwoord kloppen.

Afbeelding 11.5 *Stap 3 bij de probleemoplossing*

Soms is het nodig tussentijds een berekening bij te stellen als de student merkt dat zijn berekening niet klopt. Dat is een moment van reflectie. Daarna gaat hij verder met de uitvoering. Hij kan ook opnieuw bedenken (plannen) of hij dezelfde berekening op een andere manier kan uitvoeren. Bij complexere berekeningen gaat de student meerdere keren door dit Drieslagmodel heen. Daarbij kan hij heen en weer gaan tussen plannen, uitvoeren en reflecteren, zoals de pijlen in het Drieslagmodel laten zien.

Het Drieslagmodel laat zien hoe een student de oplossingsprocedure doorloopt. De student gaat stapsgewijs van context naar een bewerking (plannen), vandaar naar een oplossing (uitvoeren van de bewerking) en van de oplossing terug naar het oorspronkelijke probleem (reflecteren).

KERN**Werken met het Drieslagmodel**

De docent kan de studenten uitleggen hoe zij het model kunnen gebruiken, controleren of ze het Drieslagmodel begrijpen en systematisch toepassen en hen op hun handelen laten reflecteren. De docent zal steeds de studenten onderzoekend bevragen en hen laten expliciteren (visualiseren of verwoorden) hoe ze tot een oplossing zijn gekomen. Daardoor kan hij nagaan in welke stap het goed of juist niet goed gaat en kan hij zijn didactisch handelen beter afstemmen op de studenten.

11.3 Het Drieslagmodel als model voor observatie en interventie

Het Drieslagmodel biedt tevens aanknopingspunten voor de docent om het rekenen van de studenten bij contexten, maar ook bij 'kale bewerkingen', systematisch te analyseren en indien nodig in te grijpen in het leerproces. Dat kan door vragen te stellen tijdens het oplossingsproces. We onderscheiden hierbij twee typen hoofdvragen: 'wat-vragen' en 'hoe-vragen'.

De 'wat-vragen', die we in de vorige paragraaf hebben besproken, zijn de standaardvragen en helpen de student zijn denken te organiseren. Bij het voorbeeld van de aanbidding voor de televisie kan de student aangeven dat hij gaat rekenen met procenten.

'Hoe-vragen' richten zich op het proces. Hierbij vraagt de docent om een kwalitatieve uitleg van het handelen van de student. Dit biedt aanknopingspunten om zijn instructie beter af te stemmen op dat wat de student al weet. Zijn afstemming hangt samen met het handelingsniveau van de student (zie paragraaf 10.2).

KERN

'Hoe-vragen'

Bij observeren en interveniëren gaat het er met name om dat de docent ontdekt hoe een student handelt tijdens de drie stappen. Om greep te krijgen op het denkproces van een student kan de docent 'hoe-vragen' stellen.

Stap 1: Hoe ga je het doen? Hoe ga je dit probleem oplossen?

Stap 2: Hoe doe je het? Hoe reken je het uit?

Stap 3: Hoe heb je het gedaan? Hoe heb je het uitgerekend?

Tijdens de reflectie probeert de docent de studenten op een hoger handelingsniveau te brengen. Hij kan dit doen door de studenten hun oplossingen te laten vergelijken en te laten bedenken welke oplossingsmanieren efficiënt zijn door bijvoorbeeld de volgende vragen te stellen:

- *Kun je nog een andere manier bedenken om het probleem op te lossen?*
- *Kun je het ook op een andere manier uitrekenen?*
- *Kun je een kortere manier bedenken om het uit te rekenen?*

Door zulke vragen te stellen laat de docent de student nadenken over de (misschien onbewust) gemaakte keuzes. Daarmee doet hij een beroep op metacognitieve vaardigheden van de student en stimuleert daarmee het leren. Hij vraagt de student zijn verworven rekenconcepten toe te lichten en verbanden te leggen met andere kennis en vaardigheden die hij al eerder heeft verworven.

Als de student bijvoorbeeld bij de berekening van de korting op de prijs van de televisie (zie afbeelding 11.1) die korting heeft uitgerekend aan de hand van de 1%-regel, kan de docent vragen om het via 10% uit te rekenen. Hij kan daarbij de student de koppeling laten maken met $\frac{1}{10}$ deel.

Ook kan hij de student uitdagen om hetzelfde probleem met de rekenmachine op te lossen. Hoe gaat het dan? Kan de student dit uitrekenen met de procenttoets? Kan de student gebruik maken van decimale getallen?

Wat gebeurt er als de student 0.8×220 invoert? En wat gebeurt er bij 0.9×220 ? Kan de student dat uitleggen?

Hierbij doet de docent een beroep op het rekeninzicht van de student. Door de student ook op een andere manier hetzelfde probleem te laten oplossen, werkt de docent tevens aan het bouwen van associatieve netwerken. Daardoor is de kans groter dat de student nieuwe informatie georganiseerd opslaat in het langetermijngeheugen, zodat hij die de volgende keer weer snel kan oproepen.

Doordat de docent met de student in gesprek gaat over zijn rekenkennis en -vaardigheden, leert de student beter kijken en reflecteren op zijn eigen handelen (monitoren). Op basis van zulke gesprekken kan de docent bovendien zijn instructie beter afstemmen op de onderwijsbehoeften van de student.

Het Drieslagmodel biedt hem de mogelijkheid het strategisch denken en handelen en de oplossingsprocedures van de student te observeren, te waarderen en te beïnvloeden.

Om het denkproces van de student goed te analyseren kan de docent zich tijdens dit proces bijvoorbeeld de volgende vragen stellen:

- Kan de student bij een context een bewerking bedenken?
- Kan de student tijdens het uitrekenen hardop vertellen/laten zien hoe hij rekent?
- Kan de student achteraf vertellen wat hij heeft gedaan en hoe hij het heeft gedaan?
- Kan hij ook toelichten waarom hij het zo heeft gedaan? Kan het ook anders?
- Wat heeft de student ervan geleerd?
- Weet de student van een vorige keer nog hoe hij toen een soortgelijke opdracht heeft uitgevoerd? Is hij daarin vooruitgegaan?
- Kan de student nieuwe kennis en vaardigheden koppelen aan reeds geleerde en geoefende kennis en vaardigheden?

Antwoorden op bovenstaande vragen leveren informatie op voor de docent. Op basis daarvan kan hij zijn didactisch handelen bijstellen. Waar let hij zelf op? Welke accenten legt hij in het onderwijs? Voor het verkrijgen van antwoorden kan de docent de student op verschillende manieren een contextopdracht laten uitvoeren.

De docent kan met de student gericht oefenen door bij verschillende stappen van het Drieslagmodel te beginnen en bewust linken te leggen met een volgende of vorige stap.

Van stap 1 naar stap 2

De docent start met een context en laat de student daarbij een bewerking bedenken en uitvoeren (van stap 1 naar stap 2). De docent onderzoekt of de student de context kan lezen en of hij die begrijpt. Hij probeert erachter te komen of de student de informatie kan omzetten naar een rekenprobleem en een rekenkundige bewerking.

Hoeveel procent krijg je extra tijdens deze aanbieding?



Inhoud standaard 400 gram.
Nu: 460 gram

Afbeelding 11.6 Van stap 1 naar stap 2

Van stap 2 naar stap 1

De docent start bij de uitvoering en biedt de student een 'kale som' aan. Hij vraagt de student een context bij die som te bedenken (een verhaal of een tekening). Hij gaat na of de student met die context betekenis kan geven aan de 'kale som'.

Bedenk een verhaal of tekening bij deze opgave.

Van 400 naar 460.

Hoeveel procent is erbij gekomen?

Kun je hier een verhaal bij bedenken?

Of: Kun je hierbij een tekening maken?

Afbeelding 11.7 Van stap 2 naar stap 1*Van stap 3 naar stap 2*

De docent herhaalt een eerdere opdracht en start met reflectie op een vorige situatie met dezelfde opdracht. Hij vraagt bijvoorbeeld: *Weet je nog hoe je het de vorige keer hebt gedaan?* De docent gaat na of de student het eerder geleerde kan terugroepen uit zijn langetermijngeheugen. Hij laat daarna de bewerking toepassen op een nieuwe opdracht. Hij maakt hierbij gebruik van andere getallen, bijvoorbeeld van 300 naar 360 of van 500 naar 600.

Van stap 3 naar stap 1

De docent biedt een nieuwe opdracht aan en start met reflectie op een vorige situatie waarbij een vergelijkbaar probleem aan de orde was, bijvoorbeeld van 500 naar 600. Daarbij werkt de docent naar een hoger handelingsniveau of naar een nieuw onderwerp, bijvoorbeeld naar het BTW-percentage.

Voor de docent is het eveneens van belang te letten op de koppelingen tussen de drie stappen in dit proces. Kan de student de stap maken van context naar bewerking? Van bewerking naar context? Reflecteert de student echt op zijn eigen handelen? Kan de student het geleerde onthouden? Wat maakt dat hij iets goed kan onthouden? Wanneer lukt dat niet? Heeft de student tussenstappen nodig bij een complexe opdracht? Is hij zich daarvan bewust? Kan hij die hulpstappen zelf kiezen?

De docent kan studenten een studentkaart van het Drieslagmodel geven. De student kan deze kaart gebruiken als hulpmiddel om zijn probleemoplossend werken te structureren.

KERN**'Ik-vragen'**

Stap 1. Het proces van het probleemoplossend werken start met de context. Je kunt jezelf de volgende vragen daarbij stellen: *Waar gaat het over? Wat weet ik al? Wat is nieuw? Wat ga ik doen?*

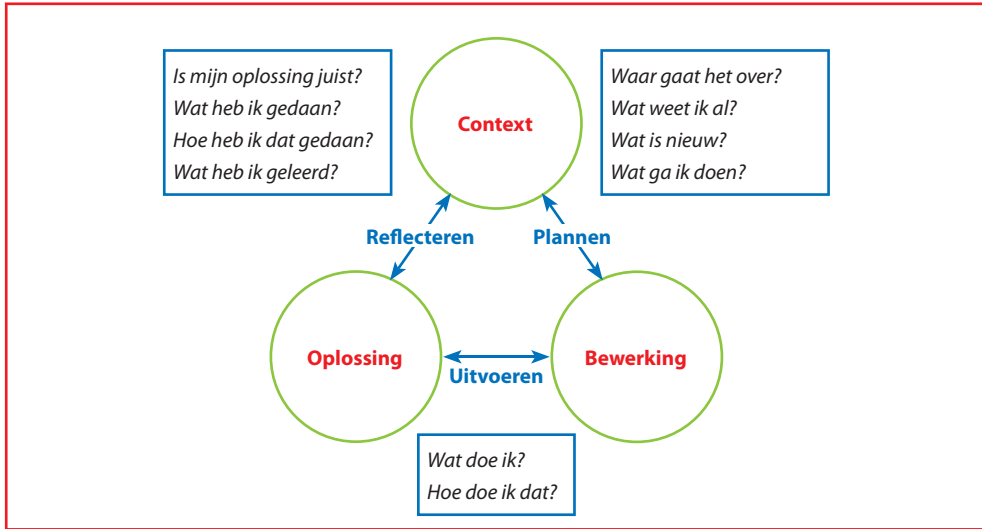
Je bepaalt een actie of kiest een bewerking om het rekenprobleem op te lossen (ga naar stap 2).

Stap 2. Het uitvoeren van de actie of een bewerking bij het antwoord uit stap 1 is de volgende stap. Je kunt jezelf de volgende vragen daarbij stellen: *Wat doe ik? Hoe doe ik dat?*

Als je de gekozen bewerking(en) hebt uitgevoerd, vind je een oplossing en kun je hierop reflecteren (ga naar stap 3).

Stap 3. Tijdens de reflectie kun je jezelf de volgende vragen te stellen: *Is mijn oplossing juist? Wat heb ik gedaan? Hoe heb ik dat gedaan? Wat heb ik geleerd?*

Als het antwoord of de oplossing niet klopt met de context ga je terug door het Drieslagmodel om te zien hoe je het anders kunt aanpakken. Dan begint het proces opnieuw.



Afbeelding 11.8 Kaart van het Drieslagmodel voor studenten

11.4 Wat betekent het Drieslagmodel voor rekenproblemen?

Nog altijd overheerst in het onderwijs de opvatting dat studenten het technisch rekenen moeten beheersen om contextproblemen te kunnen oplossen. In dit protocol gaan we uit van nieuwe inzichten, waaruit het omgekeerde blijkt. Al langer is bekend dat bij leesproblemen juist het aanbieden van betekenisvolle contexten bevordert dat de (technische) leesvaardigheid zich verder ontwikkelt.

Bij rekenvraagstukken hebben we een vergelijkbare situatie. Veel rekenvraagstukken doen een beroep op begrijpend lezen. Voor het ontwikkelen van functionele gecijferdheid is het rekenen aan de hand van betekenisvolle contexten essentieel. Begrijpend lezen, informatie in een context analyseren, praten over contexten en, daarop aansluitend, berekeningen uitvoeren leiden tot inzichtelijke procedures. Dit is de basis voor de ontwikkeling van betekenisvolle rekenconcepten en oplossingsprocedures.

Wanneer docent en student tijdens het rekenen met contexten met het Drieslagmodel werken, wordt het betekenisvol leren bevorderd. Ook het Handelingsmodel draagt hieraan bij. Zie hoofdstuk 12 voor de samenhang en afstemming tussen beide modellen.

Bij rekenproblemen wordt echter nog te vaak alleen gekeken naar de technische rekenvaardigheid van de student. Wanneer de student een bepaalde (technische) bewerking niet beheerst, herhaalt de docent dezelfde (technische) bewerking steeds met nieuwe opdrachten. Vaak tevergeefs, want

herhalen heeft geen zin zolang de student geen blijk geeft van inzicht en begrip. Het Drieslagmodel helpt juist bij het verwerven van begrip en inzicht door (technische) opdrachten te verbinden met betekenisvolle contexten en dan daarop door de student te laten reflecteren.

Leren rekenen beperkt zich niet tot de onderste lijn in de driehoek (de technische stap 2: uitvoeren). Het Drieslagmodel laat zien dat de stappen plannen en reflecteren onlosmakelijk verbonden zijn met stap 2. Door hun samenhang dragen ze bij aan het verwerven van functionele gecijferdheid. Enerzijds leert de student zijn (technische) vaardigheid te verbinden met werkelijkheidssituaties (stap 1: plannen en betekenis verlenen). Anderzijds leert hij om gevonden oplossingen terug te koppelen naar de vertreksituatie (stap 3: reflecteren). Hij leert de relevantie of juistheid te beoordelen binnen de context en eventueel zijn oplossingsprocedure bij te stellen.

Rekenproblemen kunnen optreden op elk van de drie zijden van de driehoek. De docent kan ze aanpakken door specifieke begeleiding, maar zal in zijn begeleiding steeds teruggrijpen op het geheel van de driehoek. Voor de docent is het daarom van belang te analyseren waar de problemen (vooral) zitten. Heeft de student juist moeite met het verlenen van betekenis aan de context en met plannen van de rekenbewerking (stap 1) of gaat de uitvoering van de bewerkingen (stap 2) moeizaam? Dat vraagt in beide gevallen om een verschillende aanpak en specifieke begeleiding, afgestemd op de onderwijsbehoeften van de student.

Het Drieslagmodel biedt ook aanknopingspunten voor de docent om te reflecteren op zijn eigen didactisch handelen. Hij kan zich afvragen op welke zijden van de drieslag hij voldoende of onvoldoende accenten legt of heeft gelegd. Hij weet dan waar hij de volgende keer meer aandacht aan moet besteden om een beter leerrendement te bewerkstelligen.

12 **Samenhang en afstemming tussen beide modellen**

Het Handelingsmodel en het Drieslagmodel grijpen in elkaar. Een student kan een rekenprobleem op verschillende handelingsniveaus en op verschillende manieren uitvoeren. Het Handelingsmodel kan als het ware binnen het Drieslagmodel worden geplaatst. Hierdoor worden de twee modellen met elkaar verbonden.



12.1 Samenhang

De docent kan het Handelingsmodel en het Drieslagmodel beide gebruiken in reguliere lessituaties, maar ze zijn ook uitermate geschikt voor het observeren van studenten in onderzoekssituaties. Hij kan het Handelingsmodel en het Drieslagmodel met elkaar in verband brengen. Tijdens elke stap van het probleemoplossend werken voeren studenten hun rekenactiviteiten op verschillende handelingsniveaus uit. Dit gaat als volgt.

Bij stap 1: plannen

Het gebruik van het Drieslagmodel helpt om scherp te krijgen op welk terrein de problemen liggen. Soms heeft een student geen idee welke berekening hij kan uitvoeren bij een context. Dit betekent dat de student geen betekenis kan geven aan die context. Wanneer de docent de student de informatie in de context laat tekenen, schematiseren of verwoorden, kan hij inzicht krijgen in het probleem. Hier worden de twee modellen met elkaar verbonden. Door te schakelen tussen de handelingsniveaus stimuleert de docent de student tot nadenken op het formele niveau (Handelingsmodel) en kan hij de student een bewerking laten bedenken (Drieslagmodel). Hierdoor werkt de docent aan begripsontwikkeling.

Bij stap 2: uitvoeren

Soms begrijpt de student wel wat hij moet doen, maar kan hij de berekening niet of niet goed of alleen op een lager handelingsniveau uitvoeren. Dit gaat om de technische rekenvaardigheid. Niet goed ontwikkelde concepten en onbegrepen procedures zijn hier belemmerend. Het Handelingsmodel biedt uitkomst doordat de docent zijn student op verschillende handelingsniveaus laat werken en daarbij zelf de relaties tussen de niveaus laat leggen. Door de student uit te dagen de overstap te maken naar een hoger niveau van handelen, ervaart de student wat er voor hem nog te leren valt.

Bij stap 3: reflecteren

De terugkoppeling van het antwoord naar de context geeft informatie over wat de student heeft geleerd van de opdracht. Kan de student aangeven of het antwoord goed of fout is en waarom? Kan de student het antwoord visualiseren of verwoorden (in termen van het Handelingsmodel: tekenen, schematiseren of toelichten)? Als de docent zijn student laat reflecteren, leert de student een relatie te leggen tussen de context, de getallen, de berekening en het antwoord. Hierdoor krijgt het rekenen voor hem betekenis.

Door het onderwijs met behulp van de handelingsniveaus en het Drieslagmodel zo goed mogelijk af te stemmen op de ontwikkeling en de onderwijsbehoeften van de student, kunnen al veel problemen worden voorkomen. Mocht de docent toch problemen signaleren, dan bieden de twee modellen aanknopingspunten voor interventies.

12.2 Studentkenmerken en de samenhang met beide modellen

Bij goed onderwijs stemt de docent het onderwijsaanbod zo goed mogelijk af op de onderwijsbehoeften van de student. In alle situaties heeft hij echter ook te maken met studentkenmerken. Juist bij rekenzwakke studenten spelen deze een grote rol. Voor een optimale afstemming is het van belang dat alle drie de factoren goed op elkaar aansluiten: het onderwijsaanbod, het didactisch handelen van de docent en de studentkenmerken.

Studenten hebben sterke(re) en zwakke(re) kanten. Al deze studentkenmerken zijn in principe positieve ontwikkelingsfactoren. Zij kunnen gunstig bijdragen aan de ontwikkeling. Als een zwakke kant echter onvoldoende ontwikkeld wordt, kan dit belemmerend werken tijdens het leerproces. Bij het leren rekenen gaat het erom optimaal gebruik te maken van de sterkere studentkenmerken die het leerproces positief beïnvloeden. Tegelijkertijd moet ook energie gestoken worden in activiteiten die verbetering van de zwakkere studentkenmerken opleveren. De docent besteedt bewust aandacht aan alle factoren die het leerproces beïnvloeden. Het Handelingsmodel en het Drieslagmodel kunnen hem hierbij ondersteunen.

De studentkenmerken die volgens huidige onderzoeken een belangrijke rol spelen voor een goede rekenontwikkeling zijn (zie bijlage A):

- de ontwikkeling van numerieke cognitie (gevoel voor getallen, getalbegrip);
- de taalontwikkeling;
- de ontwikkeling van het visueel waarnemen;
- geheugenfuncties:
 - het werkgeheugen (executieve functies);
 - het langetermijngeheugen (het georganiseerd opslaan van informatie en de oproepsnelheid);
- motivationeel-affectieve factoren (zelfvertrouwen, angst, weerstand).

Een goede ontwikkeling van numerieke cognitie is de basis voor het leren rekenen. Dit gaat samen met taalontwikkeling en de ontwikkeling van het visueel waarnemen. Door zowel verbale als visuele ondersteuning te bieden bij rekenopdrachten krijgen studenten optimale kansen een goed gevoel voor getallen, getalstructuren en relaties tussen getallen te ontwikkelen.

Het onderwijs is sterk talig ingesteld. Veel taken in het rekenonderwijs zijn talige taken, bijvoorbeeld het leren en het automatiseren en memoriseren van de tafels. Afbeeldingen (visueel) bij opdrachten (talig) in rekenboeken zijn vaak illustratief in plaats van functioneel en daardoor niet ondersteunend aan de opdracht. Studenten die talig zwak zijn, maar visueel sterk, zijn hierbij dubbel in het nadeel. De tekst is voor hen bij voorbaat lastig en de illustratie biedt geen of nauwelijks ondersteuning.

Taalvaardigheid heeft een grote invloed op de ontwikkeling van rekenkennis en -vaardigheden. Het begrijpen van rekentaal is onderdeel van leren rekenen. Het kunnen koppelen van rekentaal aan ervaringen, getallen en formele bewerkingen is voorwaarde om rekenbewerkingen op het formele niveau te begrijpen en uit te voeren. Een goede technische leesvaardigheid en begrijpend lezen zijn een vereiste om opdrachten in rekenboeken te begrijpen. Als een student leesproblemen heeft, is het begrijpen van (context)opdrachten bij rekenen voor hem lastig. In zo'n geval kan ten onrechte de conclusie worden getrokken dat een student moeite heeft met leren rekenen.

Veel studenten hebben in het verleden frustraties opgelopen bij het rekenen. Sommigen hebben in de loop der jaren faalangst en rekenangst opgebouwd. Dit kan soms worden doorbroken en de docent kan de student weer motiveren voor rekenen. De docent moet dan met deze studenten veel aandacht besteden aan hun manier van denken en aan hun oplossingsprocedures. Hij zal daarbij met hen zoeken naar een manier voor het onthouden van rekenkennis en het uitvoeren van berekeningen die bij hen passen. Dit vraagt zorgvuldige en gerichte individuele begeleiding en afstemming (zie deel 4).

Bij sommige problemen hebben studentkenmerken een negatieve invloed op het onderwijsleerproces. Dan moet de docent zoeken naar alternatieve manieren om de afstemming van het onderwijs op de ontwikkeling van de student te verbeteren. De docent is hierbij de cruciale schakel. Het Handelingsmodel en het Drieslagmodel kunnen de docent hierbij ondersteunen.

12.3 De samenhang in beeld

Wanneer een student een oplossingsprocedure uitvoert, spelen zowel zijn niveau van handelen (zie paragraaf 10.2) als zijn studentkenmerken een rol. Het Handelingsmodel helpt de docent te zien tot op welk niveau een student oplossingsprocedures kan uitvoeren. Ook de wijze waarop de student zijn handelingen kan verwoorden geeft belangrijke informatie.

Het Drieslagmodel kan hij daarbij gebruiken om te zien hoe een student profiteert van de reeds opgedane kennis en vaardigheden en hoe hij nieuwe informatie opneemt, daarmee aan het werk gaat, in het geheugen opslaat en ook weer kan oproepen uit het geheugen in nieuwe situaties. Waar liggen dan de cruciale momenten?

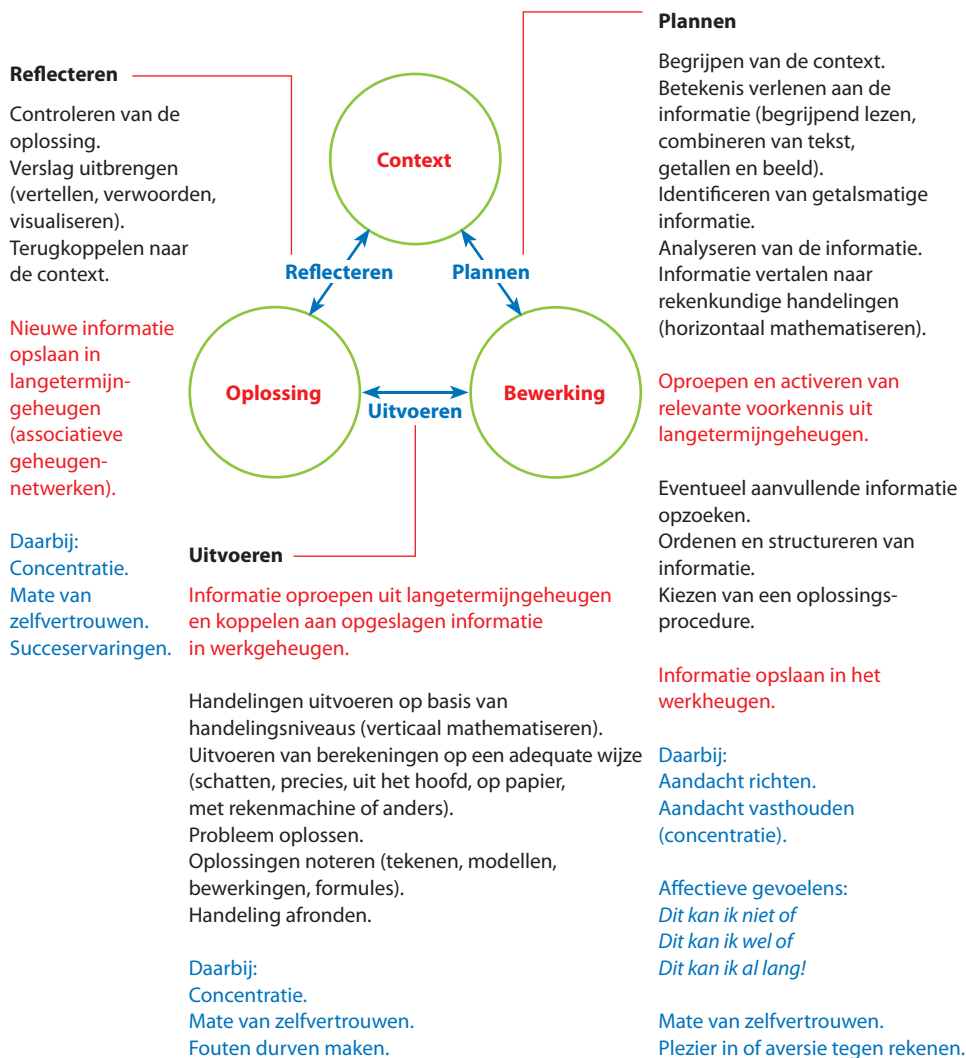
Een sterk analytisch vermogen bijvoorbeeld helpt de student bij het ontdekken van details in een contextopdracht. Bij een zwak analytisch vermogen neemt de student globaler waar en zal hij minder snel details ontdekken, waardoor hij relevante informatie in een opdracht kan missen.

Een goed werkgeheugen helpt de student de volgorde van tussentijdse bewerkingen te onthouden. Een zwak werkgeheugen kan juist belemmerend werken, omdat de student dan bijvoorbeeld de volgorde van de bewerkingen minder snel of onvolledig kan uitvoeren.

Georganiseerd opslaan in het langetermijngeheugen (in associatieve netwerken) helpt de student om opgeslagen kennis weer snel op te roepen.

In het totale proces van leren rekenen is het welbevinden van de student de meest cruciale factor. Hoe staat hij emotioneel in dit proces? Heeft hij plezier in rekenen? Heeft hij vertrouwen in zijn eigen kunnen? Hoe gaat hij om met succeservaringen en met fouten? Hoe begint hij aan een nieuwe taak? De mate van zelfvertrouwen van een student en zijn emotionele binding met of aversie tegen rekenen zijn de meest bepalende factoren voor het verwerven van nieuwe rekenkennis en -vaardigheden en tijdens het oplossen van rekenvraagstukken.

In afbeelding 12.1 laten we zien welke factoren een rol spelen tijdens het oplossen van rekenvraagstukken.



Afbeelding 12.1 De samenhang in beeld: combinatie van Drieslagmodel, Handelingsmodel en studentkenmerken

12.4 Reflectie en onthouden

Bij het plannen en uitvoeren van de handeling speelt het werkgeheugen een belangrijke rol (Van Lieshout, 2006, 2010; Van Lieshout & Berends, 2009). Bij complexere problemen kan een *overload* ontstaan voor het werkgeheugen waardoor de student fragmenten van informatie mist en verkeerde berekeningen uitvoert. Dit wordt soms geïnterpreteerd als 'slordig'. De student maakt 'vergeetfouten'. Bij het berekenen van de nieuwe prijs voor de tv met korting vergeet hij bijvoorbeeld de berekende 10% te verdubbelen en vervolgens de korting af te trekken van het oorspronkelijke bedrag, waardoor het antwoord niet klopt.

Tijdens de reflectie worden de voorafgaande acties in het geheugen opgeslagen. Hoe gebeurt dat? Welke informatie slaat de student op? In feite is het opslaan van het geleerde in het langetermijngeheugen een belangrijk moment van het leerproces. Als de student tijdens de reflectie nog kan vertellen wat hij gedaan heeft en hoe hij iets heeft uitgerekend, is de kans groter dat hij dit goed opslaat in het langetermijngeheugen. De kans daarop is groter als die student vooraf weet en onder woorden kan brengen wat en hoe hij het gaat aanpakken. Anders gezegd: als het handelen van de student doelgericht en bewust is, zal de kans op een zinvolle reflectie en opname in het langetermijngeheugen groter zijn. Als hij bovendien koppelingen kan maken met wat hij al weet, ontstaan er betere netwerken van kennis en vaardigheden. Bij een volgende rekenopdracht kan de student beter gebruik maken van hetgeen hij opgeslagen heeft in het langetermijngeheugen, zeker als hij wordt gestimuleerd die voorkennis eerst te activeren.

13 **Aandachtspunten voor het signaleren van rekenproblemen**

Tot slot bieden wij aandachtspunten voor het signaleren van rekenproblemen, gerelateerd aan beide modellen en ten aanzien van studentkenmerken. We nemen ook de signalen op die bij de vier Hoofdlijnen geformuleerd zijn (zie deel 2). Al deze elementen kunnen de docent en de rekenspecialist behulpzaam zijn om het leren rekenen te analyseren.

13

13.1 Signaleringspunten bij de vier Hoofdlijnen

Bij de vier Hoofdlijnen hebben wij tien signaleringspunten beschreven bij het leren rekenen. Deze hebben wij aangeduid met S. Deze S staat voor signaal. De signalen zijn aandachtspunten waardoor docenten rekenzwakke studenten in beeld kunnen krijgen. Aan de hand van voorbeelden lieten we zien waar en hoe rekenzwakke studenten vastlopen. Potentieel rekenzwakke studenten geven vaak nog meer en andere signalen af, ook bij andere vakken dan rekenen. Rekenzwakke studenten kunnen weerstand en faalangst ontwikkelen tijdens de rekenlessen. Ook op andere manieren laten zij in hun gedrag zien dat hun (reken)ontwikkeling niet vlekkeloos verloopt.

In deze paragraaf staan de signalen geordend bij elkaar. De genoemde knelpunten komen veelvuldig voor in de rekenontwikkeling van studenten. Het kunnen 'normale' problemen zijn bij het leren van rekenen. Deze zijn doorgaans van tijdelijke aard. Dezelfde signalen zien we echter ook bij rekenzwakke studenten en kunnen een voorbode zijn van ernstige problemen. Bij aanhoudende problemen raden we dan ook aan snel en adequaat te handelen.

Het overzicht biedt aanknopingspunten voor signalering en aanpak van mogelijke rekenproblemen. Tijdig signaleren is de eerste stap om te kunnen ingrijpen en daardoor erger te voorkomen.

Hoofdlijn 1: verder ontwikkelen van begripsvorming

S₁ – Problemen met het verlenen van betekenis

Rekenzwakke studenten hebben vaak moeite met het verlenen van betekenis aan getallen. Contexten helpen de student de stap te maken van het informele betekenisvolle rekenen naar het formele, abstracte rekenen (berekeningen uitvoeren en sommen maken). Hierbij spelen de ontwikkeling van taal, het visueel voorstellen en oplossingsprocedures een cruciale rol.

S₂ – Gebrekkige conceptvorming

Rekenzwakke studenten hebben vaak moeite met de ontwikkeling van goede rekenconcepten. De koppeling van het concrete handelen aan formele bewerkingen en de daarbij passende rekentaal gaat niet vanzelf. Hierdoor kunnen gebrekkige concepten zijn ontstaan. Een zwakke basis kan met name belemmerend zijn bij het ontwikkelen van complexere begrippen als breuken en procenten. Voor rekenzwakke studenten blijft conceptvorming een struikelblok gedurende hun hele schoolloopbaan. Dit is een signaal voor mogelijke stagnatie in de rekenontwikkeling.

Hoofdlijn 2: verder ontwikkelen en consolideren van oplossingsprocedures

S₃ – Problemen met het verwerven en consolideren van de basisbewerkingen

Een rekenzwakke student heeft een zwakke basis opgebouwd voor het formele rekenen omdat de begripsvorming gebrekkig verloopt. Hij heeft fragmentarische kennis ontwikkeld en houdt lang vast aan procedures die ondoelmatig zijn en weinig perspectief bieden. Daardoor is een gebrekkige basis ontstaan voor het uitvoeren van de basisbewerkingen.

S₄ – Problemen met het automatiseren en memoriseren van de tafels

Een student die de basisbewerkingen onvoldoende beheerst, valt vaak op doordat hij problemen heeft met het onthouden van de tafels. Dit belemmert hem bij het uitvoeren van berekeningen. Bij een rekenzwakke student kan hierdoor de rekenontwikkeling stagneren.

S5 – Problemen met het uitvoeren van complexere bewerkingen

Het verwerven van meer complexe rekenconcepten blijkt moeizaam te verlopen. Rekenzwakke studenten komen niet of moeizaam tot begripsvorming en ontwikkeling van complexere oplossingsprocedures op het gebied van breuken, procenten, verhoudingen, decimale getallen en meten.

S6 – Problemen met het verwerven van algoritmes

Rekenzwakke studenten blijken vaak moeite te hebben met het verwerven van de complexe procedures van algoritmes.

Hoofdlijn 3: vlot rekenen en onderhouden

S7 – Onbegrepen procedures en losse feitenkennis in de basisvaardigheden leiden tot fragmentarische kennis en vaardigheden

Onbegrepen kennis en procedures worden niet of onvoldoende opgeslagen in het geheugen. De docent kan dit waarnemen als een student gaat 'goochelen met getallen' tijdens het uitvoeren van de basisvaardigheden optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. Dit leidt tot fragmentarische kennis en vaardigheden waardoor een zwakke basis ontstaat ('gatenkaas').

S8 – Problemen met het automatiseren van standaardalgoritmes en complexe procedures belemmeren het vlot leren rekenen

Fragmentarische kennis en vaardigheden bij de basisbewerkingen worden zichtbaar als een student problemen heeft met het automatiseren van complexere procedures, zoals de algoritmes en bij bewerkingen met verhoudingen, breuken, decimale getallen en procenten.

S9 – Problemen met het automatiseren en memoriseren zijn het gevolg van het niet goed georganiseerd opslaan van informatie

Het ontwikkelen van associatieve kennis leidt tot georganiseerd opslaan in het geheugen. Daardoor is deze kennis sneller oproepbaar. Niet goed opgeslagen kennis leidt tot problemen bij het automatiseren en memoriseren. Als blijkt dat een student minder snel informatie kan oproepen uit zijn geheugen of deze is vergeten, kan dit een signaal zijn dat hij de informatie niet goed georganiseerd heeft opgeslagen in zijn geheugen.

Vergelijk dit met archiveren op de harde schijf. De gebruiker organiseert de harde schijf in mappen. Hij slaat informatie op in een map met bij elkaar horende bestanden. Hierdoor vindt hij die informatie makkelijker terug.

Hoofdlijn 4: flexibel toepassen en verdiepen

S10 – Gebrekkige oplossingsprocedures en tekorten in het strategisch denken en handelen belemmeren het flexibel toepassen

In het onderwijs wordt veel aandacht besteed aan het ontwikkelen van cognitieve kennis en vaardigheden en veel minder aan het ontwikkelen van strategisch denken en handelen.

De rekenzwakke student hanteert vaak gebrekkige oplossingsprocedures. Deze kan hij dus ook niet optimaal inzetten bij het uitwerken van complexere berekeningen. Dit belemmert de ontwikkeling van het strategisch denken en handelen.

13.2 Aandachtspunten ten aanzien van het leerproces van de student

A1 – Waar let de docent op bij een student met betrekking tot handelingsniveaus (Handelingsmodel)?

- Begrijpt de student rekenbegrippen? (Hoe) Kan hij daaraan betekenis verlenen?
- (Hoe) Kan de student hoeveelheden bepalen?
- (Hoe) Kan de student rekenhandelingen uitvoeren?
- (Hoe) Kan hij bij de situatie passende rekentaal gebruiken?
- (Hoe) Kan de student op een rekenkundige manier onderbouwen of beredeneren wat hij doet (wil gaan doen)?
- (Hoe) Kan de student rekenhandelingen uit- of afbeelden (voorstellingsniveau)?
- (Hoe) Kan de student overschakelen van het ene naar een ander (hoger/lager) handelingsniveau? Kan de student flexibel switchen tussen de niveaus?
- (Hoe) Kan de student gebruik maken van zijn gevoel voor getallen, getalstructuren en getalnetwerken bij het schakelen tussen de verschillende handelingsniveaus?

A2 – Waar let de docent op bij een student met betrekking tot oplossingsprocedures (Drieslagmodel)?

Bij stap 1 (planning):

- Kan de student betekenis geven aan de rekenkundige informatie in een context?
- Kan de student informatie analyseren en ordenen?
- Kan de student relevante voorkennis oproepen uit zijn geheugen?
- Kan de student een passende berekening of oplossingsprocedure bedenken?

Bij stap 2 (uitvoering):

- Hoe organiseert de student de gekozen oplossingsprocedure?
- Is er sprake van gebrekkige of onbegrepen concepten en procedures?

Bij stap 3 (reflectie):

- Is de student voldoende in staat tot reflectie op het eigen handelen?
- Kan de student vertellen wat hij heeft gedaan en hoe hij de opdracht heeft uitgevoerd?

A3 – Wat neemt de docent waar met betrekking tot studentkenmerken?

Met betrekking tot geheugen:

- Kan de student relevante voorkennis activeren (oproepen uit het langetermijngeheugen)?
- Kan de student resultaten van tussentijdse berekeningen onthouden (overload van het werkgeheugen)?
- Kan de student nieuwe rekenkennis onthouden?
- Kan de student oplossingsprocedures automatiseren en memoriseren (opslaan van nieuwe kennis in het langetermijngeheugen)?
- Kan de student een volgende keer de nieuwe verworven kennis weer oproepen uit het geheugen?

NB. Maak onderscheid tussen niet goed begrepen concepten en procedures en fouten als gevolg van overbelasting van het werkgeheugen.

Met betrekking tot affectie, emotie en zelfreflectie (emotioneel welbevinden):

- Hoe begint de student aan een taak?
- Hoe gaat de student om met fouten?
- Hoe gaat de student om met succeservaringen?

- Hoelang kan de student zich concentreren op een taak?
- Geeft de student uiting aan emoties? Hoe en op welk moment? Is dat incidenteel of structureel? Denk aan opgewekt, weerstand, angst, faalangst, blokkade.

13.3 Aandachtspunten voor reflectie door de docent

Welke vragen kan de docent zichzelf stellen om te reflecteren op de afstemming van zijn onderwijsaanbod op de onderwijsbehoeften van studenten?

- Wordt in de methode voldoende geoefend op de verschillende handelingsniveaus?
- Bied ik in mijn instructie de leerstof aan op verschillende handelingsniveaus?
- Bied ik gerichte aandacht aan de overgang van het ene niveau naar een volgend niveau door te werken in combinaties van niveaus?
- Stem ik de handelingsniveaus af op de individuele student?
- Probeer ik met rekenzwakke studenten voldoende niveauverhogend te werken?
- Zie ik op welk niveau een student bepaalde leerstof beheerst?
- Zie ik voldoende ontwikkeling van informeel naar formeel niveau in het handelen van de student?
- Wordt er in de methode aandacht besteed aan de koppeling van context met bewerking?
- Op welke wijze laat ik de studenten oefenen? Alleen met (kale) sommen of ook op andere manieren?
- Besteed ik voldoende aandacht aan planning (horizontaal mathematiseren)?
- Besteed ik voldoende aandacht aan reflectie?
- Wat doe ik als ik zie dat een opdracht erg complex (overload) is voor een student?

Bij bovenstaande vragen is altijd de volgende vraag belangrijk: (Hoe) kan ik dat (nog verder) verbeteren? Hoe kan ik nog beter afstemmen op de onderwijsbehoeften van deze student?

Enkele aanbevelingen voor het didactisch handelen:

- Ga altijd met de student in gesprek en vraag na wat hem beweegt of wat hij doet of denkt.
- Onderzoek rekenproblemen niet alleen door het analyseren van rekenfouten bij 'kale sommen'. Analyseer ook oplossingsprocedures van studenten bij contextopdrachten.
- Leg daarbij de focus op het strategisch denken en handelen van de student tijdens het plannen, het uitvoeren en tijdens de reflectie.
- Bied betekenisvolle contexten aan. Het rekenen krijgt daardoor betekenis. De rekenvaardigheid wordt erdoor verbeterd.
- Leer effectieve planningsstrategieën en slimme controlestrategieën aan. Dat is net zo belangrijk als het aanleren van technische rekenvaardigheid.
- Wanneer er iets specifiek opvalt bij een student, ga dan gericht observeren of er wellicht meer achter zit en raadpleeg collega's om te vernemen of hen ditzelfde ook is opgevallen.
- Neem zo nodig in overleg met de student contact op met zijn ouders/verzorgers, want zij kunnen waardevolle informatie geven.

Deel 4

Begeleiding

- 14 Begeleiding en ondersteuning bij rekenonderwijs
- 15 Begeleidingscategorie 1
- 16 Begeleidingscategorie 2
- 17 Begeleidingscategorie 3

14 **Begeleiding en ondersteuning bij rekenonderwijs**

Voor studenten die rekenproblemen ervaren is passende begeleiding en ondersteuning nodig. Zulke begeleiding start zo mogelijk vanaf de eerste dag dat studenten in het mbo binnenkomen. Wij onderscheiden drie verschillende begeleidingscategorieën en de hierbij passende eerste-, tweede- en derdelijnsondersteuning.



14.1 Rekengeschiedenis van de student bij overgang vo-mbo

Studenten die het mbo instromen hebben in de voorgaande jaren regelmatig rekenles gehad. In het voortgezet onderwijs is in veel gevallen gebruik gemaakt van een rekenmethode, met daarnaast het *Protocol ERWD2*. De verschillen in rekenvaardigheid bij deze studenten is groot. Niet alleen tussen studenten van mbo-niveau 1 en mbo-niveau 4, maar ook binnen elk van de mbo-niveaus. Er zijn zowel heel sterke rekenaars als heel zwakke rekenaars, en alles daar tussenin. Vooral voor de rekenzwakke studenten is het van belang dat de begeleiding en ondersteuning die zij in het voortgezet onderwijs kregen zo snel mogelijk in het mbo worden voortgezet. Continuïteit is noodzakelijk om terugval van de soms moeizaam verkregen resultaten te voorkomen. In dit *Protocol ERWD3* geven wij aan hoe het mbo de lijn kan doortrekken die al in het basisonderwijs is begonnen. Deze continuïteit betreft enerzijds de inhoud van het rekenonderwijs: de doorgaande leerlijnen. Anderzijds gaat het om continuïteit in de aard van de begeleiding en ondersteuning die de opleiding biedt.

Om te kunnen aansluiten bij de actuele rekenontwikkeling van de nieuwe studenten, zal het mbo vooral kijken naar hun (individuele) rekengeschiedenis. Het voortgezet onderwijs onderscheidt op basis van het *Protocol ERWD2* leerlingen naar hun onderwijsbehoeften bij leren rekenen. In het dossier dat van elke student in begeleidingscategorie 2 of 3 bij de overdracht voortgezet onderwijs-mbo wordt overgedragen, staat aangegeven hoe de rekenontwikkeling van de student op dat moment is en hoe het verloop tijdens de voorgaande periode is geweest. Mocht een student rekenproblemen ervaren of hebben ervaren, dan wordt verslag gedaan van de ondersteuning en begeleiding die door het voortgezet onderwijs is geboden en het effect daarvan. Ook staat vermeld of een student een dyscalculieverklaring heeft. Het spreekt vanzelf dat ook dan continuïteit in begeleiding is geboden.

Met deze informatie kan een mbo-opleiding direct bij aanvang van het cursusjaar de studenten de (individuele) begeleiding bieden die zij nodig hebben. Dat waarborgt de doorgaande lijn die deze studenten zo hard nodig hebben.

Zo spoedig mogelijk na het begin van het cursusjaar kan voor alle nieuwe studenten een nadere behoeftenanalyse plaatsvinden, bijvoorbeeld in de vorm van een nulmeting. Wij raden mbo-opleidingen aan zo vroeg mogelijk in het cursusjaar een vervolselectie van studenten te maken op basis van hun scores bij zo'n nulmeting. Op grond van het resultaat van de nulmeting en de bekende rekengeschiedenis deelt de opleiding de studenten in de best passende begeleidingscategorie in. Hierdoor kan de mbo-opleiding de verzamelde kennis over een student vertalen naar een doorzicht plan voor de toekomstige begeleiding. Studenten die vanuit een ander voortraject dan aansluitend voortgezet onderwijs het mbo binnenkomen, kunnen bij de nulmeting opvallen vanwege (een vermoeden van) een rekenprobleem.

14.2 Continuïteit in begeleiding van vo naar mbo

In het *Protocol ERWD3* maken wij onderscheid tussen drie begeleidingscategorieën.

- *Begeleidingscategorie 1* is voor studenten die geen of geringe rekenproblemen ervaren. Zij krijgen begeleiding in de generieke lessen.
- *Begeleidingscategorie 2* is voor studenten die ernstige rekenproblemen ervaren. Zij krijgen intensieve en deskundige begeleiding op basis van een individueel handlingsplan.

- *Begeleidingscategorie 3* is voor studenten die ernstige en tevens hardnekkige rekenproblemen ervaren. Ongeacht of ze een dyscalculieverklaring hebben, krijgen zij blijvende, zeer intensieve en deskundige begeleiding op basis van een individueel handelingsplan.

De onderwijsbehoefte zijn bepalend voor de begeleidingscategorie waarin een student komt. In dit protocol hanteren wij hetzelfde onderscheid als in het *Protocol ERWD₂* van het voortgezet onderwijs. Bij de overdracht van het vo aan het mbo kan een student dus een-op-een worden geplaatst in dezelfde begeleidingscategorie als waarin hij zat in het vo. Zodoende kan de continuïteit in de begeleiding vanaf het moment van overstap worden gegarandeerd.

Bij de indeling van de studenten let de opleiding in eerste instantie alleen op rekenvaardigheid. Met andere factoren zoals zelfvertrouwen, faalangst, weerstand en motivatie wordt nog geen rekening gehouden. Deze factoren kunnen later wel een rol spelen bij de begeleiding, met name bij studenten die bij het leren rekenen in het basis- en voortgezet onderwijs veel negatieve ervaringen hebben opgedaan.

14.3 Begeleiding in het mbo

Het onderscheid in drie begeleidingscategorieën is bruikbaar in alle leerjaren en alle opleidingen van het mbo. Een student kan aan een andere categorie worden toegewezen op basis van toeneemende of uitblijvende vorderingen. Zie voor een samenvattend overzicht afbeelding 4.2 van hoofdstuk 4.

In alle gevallen communiceert de opleiding met alle betrokkenen over plaatsing in, of wijziging van een begeleidingscategorie volgens de binnen de instelling afgesproken werkwijze en taakverdeling.

In dit hoofdstuk bespreken wij de drie begeleidingscategorieën in het kort. De belangrijkste overeenkomsten en verschillen komen aan bod. Wij beschrijven de rol van de eerste-, tweede- en derdelijns-ondersteuning. In de volgende drie hoofdstukken concentreren wij ons op de kenmerken van elke begeleidingscategorie afzonderlijk.

- **Begeleidingscategorie 1: begeleiding van studenten binnen de generieke rekenlessen**
– *Categorie 1a*

De studenten in deze categorie kunnen binnen hun opleiding in principe zonder problemen het rekenonderwijs aan. Voorwaarde is wel dat hun rekenvaardigheid door zorgvuldig uitgelijnde rekenactiviteiten op peil wordt gehouden en verder wordt uitgebreid. Zij hebben geen specifieke onderwijsbehoefte, maar hebben wel goed rekenonderwijs nodig om Referentieniveau 2F of 3F te kunnen behalen of behouden.

Binnen deze categorie zitten ook studenten met een zeer goede rekenvaardigheid. Zij hebben gerichte aandacht nodig in het mbo. Deze groep studenten komt het meest voor in mbo-niveau 4. Zij hebben een goede stimulans en uitdaging nodig om te blijven presteren en onderpresteren te voorkomen. Oefenen bij wijze van onderhoud blijft ook voor hen van belang.

Vanwege het doel van het *Protocol ERWD₃* gaan wij verder niet in op de onderwijsbehoefte van studenten in categorie 1a.

– *Categorie 1b*

In deze categorie zitten de studenten die op deelgebieden (geringe) rekenproblemen ervaren. Deze problemen kunnen van tijdelijke aard zijn. De studenten profiteren voldoende van het geboden rekenonderwijs om mee te kunnen komen. Voor sommige deelgebieden hebben zij op hun onderwijsbehoeften afgestemde instructie en meer oefentijd nodig. De begeleiding van deze studenten vindt plaats in de generieke rekenlessen, zo nodig in subgroepjes. De studenten in deze categorie kunnen op onderdelen wisselen van categorie 1b naar 1a en omgekeerd. Ze ervaren problemen op deelgebieden; zodra ze deze problemen hebben overwonnen, kunnen ze weer gewoon zonder specifieke begeleiding meedoen in de groep.

De rekendocent en de rekenspecialist beoordelen of er sprake is van voldoende vooruitgang van de rekenontwikkeling van de studenten. Zij hebben hierbij overleg met de studieloopbaanbegeleider (hierna aangeduid als studietoecover) en de praktijkbegeleider. Zij baseren zich op een analyse van toetsresultaten, observatiegegevens, prestaties en ervaringen uit de beroepspraktijkvorming. Is er voldoende vooruitgang, dan blijven zij in begeleidingscategorie 1. Bij studenten die aantoonbaar onvoldoende of zelfs geen vooruitgang laten zien, zet de rekenspecialist in overleg met de studietoecover vervolgvactiteiten in gang volgens de interne procedure. Deze studenten worden ingedeeld bij begeleidingscategorie 2.

• **Begeleidingscategorie 2: begeleiding van studenten op basis van een individueel handelingsplan bij ernstige rekenproblemen**

In deze categorie zitten studenten die ernstige rekenproblemen ervaren en op dat gebied specifieke ondersteuningsbehoeften hebben. Deze specifieke onderwijsbehoeften van een student zijn in veel gevallen al in het voortgezet onderwijs bepaald. Indien dit niet het geval is, is een diagnostisch rekenonderzoek nodig (zie hoofdstuk 18). Zo'n onderzoek komt er ook als de opleiding een actueel beeld van de rekentaardigheid van een student wil hebben. Op grond van de resultaten van dit onderzoek formuleert de rekenspecialist handelingsadviezen voor in de lessen en bij de begeleiding. Deze adviezen worden vervolgens vertaald naar een individueel handelingsplan, waarin ook de aard van de begeleiding staat aangegeven.

Deze begeleiding vindt plaats op basis van dat handelingsplan. Specifieke individuele instructie vindt plaats buiten de rekenles; aanvullende instructie en extra oefentijd binnen de rekenles. Hoofdstuk 16 geeft een uitgebreide beschrijving van deze begeleiding.

De vorderingen van studenten in begeleidingscategorie 2 worden gevolgd en regelmatig geanalyseerd aan de hand van toetsresultaten, observatiegegevens prestaties en meldingen vanuit de beroepspraktijkvorming.

De begeleiding wordt na een half jaar door de rekenspecialist geëvalueerd. Studenten met aantoonbaar voldoende vooruitgang gaan terug naar begeleidingscategorie 1. Dit is verantwoord, maar dan moet naar het oordeel van de rekenspecialist de rekendocent tijdens de generieke rekenlessen de condities kunnen vasthouden waaronder de groei tot stand kwam. Studenten die onvoldoende of geen vooruitgang laten zien gaan naar begeleidingscategorie 3. Zij komen in aanmerking voor verder onderzoek volgens de geldende procedures. Studenten bij wie de vorderingen nog beperkt zijn, kunnen langer in categorie 2 blijven.

- **Begeleidingscategorie 3: intensieve en structurele begeleiding op basis van een individueel handlingsplan bij ernstige en hardnekkige rekenproblemen**

In deze categorie worden studenten geplaatst die ernstige en hardnekkige rekenproblemen ervaren. Deze studenten krijgen begeleiding op maat. Dit is specifieke instructie op basis van een individueel handlingsplan. Zij krijgen individueel of in kleine groepjes rekenonderwijs op maat, buiten de groep. Wanneer enigszins mogelijk wordt wel regelmatig aansluiting gezocht in de generieke rekenlessen.

Begeleidingscategorie 3 betreft de volgende studenten:

- 1 Studenten met een dyscalculieverklaring.
- 2 Studenten met ernstige rekenproblemen bij wie de indruk bestaat dat deze rekenproblematiek hardnekkig is. Zij krijgen indien nodig een psychodiagnostisch onderzoek gericht op het vaststellen van de specifieke onderwijsbehoeften.
- 3 Studenten bij wie ondanks een langdurige en deskundige begeleiding, slechts geringe of geen vooruitgang kan worden vastgesteld krijgen hier ook begeleiding op maat.

Studenten die permanent onder begeleidingscategorie 3 vallen, hebben over het algemeen een structureel probleem met rekenen en hebben daardoor blijvend specifieke ondersteuning op maat nodig. Bij deze studenten spelen zelfbeeld en motivatie vaak een belangrijke rol. In dat geval kunnen zij zich op den duur wel verder ontwikkelen, maar dat vraagt zowel rekendidactische deskundigheid als pedagogische vaardigheid.

De studenten in deze categorie worden gevolgd en de resultaten worden regelmatig geëvalueerd volgens de binnen de opleiding afgesproken procedures. Bij de analyse maken de rekenspecialist en de studiecoach gebruik van toetsresultaten, observatiegegevens, prestaties en ervaringen vanuit de beroepspraktijkvorming. Studenten die een duidelijke vooruitgang laten zien, gaan terug naar begeleidingscategorie 2. Studenten die slechts geringe of geen vooruitgang laten zien, blijven in begeleidingscategorie 3. Voor de studenten met een dyscalculieverklaring was bij hun diagnose al vastgesteld dat zij structureel in begeleidingscategorie 3 blijven.

14.4 Rollen, taken en deskundigheden

Naarmate de ernst van de rekenproblemen toeneemt, wordt de begeleiding van de student intensiever en meer gespecialiseerd. Men zegt wel: 'Hoe zwakker de student, hoe sterker de begeleiding die nodig is.' De deskundigheid die van de betrokken docenten gevraagd wordt, neemt dienovereenkomstig toe. Daarom moet binnen de instelling duidelijk zijn wie welke rollen en welke taken heeft bij de begeleiding van studenten en welke deskundigheid daarvoor is vereist.

Hierna bespreken wij achtereenvolgens de verschillende betrokkenen bij de begeleiding van studenten met rekenproblemen. Zie afbeelding 4.1 voor een overzicht. Begeleiding is in essentie afstemming van het rekenonderwijs op de onderwijsbehoeften van de studenten. Naarmate de problematiek groter is, wordt de behoefte aan specifieke begeleiding groter. In dit *Protocol ERWD3* zien wij de begeleiding in de volle breedte. Namelijk van lichte begeleiding (categorie 1b) als onderdeel van het generieke rekenonderwijs binnen de groep tot de intensieve begeleiding die buiten de generieke rekenlessen plaatsvindt (categorie 3). Begeleiding begint bij het herkennen van en reageren op lichte signalen van mogelijke problemen tijdens de generieke rekenles of in de beroepsgerichte vakken.

Wij onderscheiden een eerste-, tweede- en derdelijnsondersteuning. Verschillende betrokkenen bieden verschillende mate en vormen van begeleiding aan de studenten die rekenproblemen ervaren.

14.4.1 Eerstelijnsondersteuning binnen het primaire proces

De reguliere lessen noemen wij het 'primaire proces'. Dit zijn de generieke rekenlessen, de onderwijsactiviteiten in de beroepsgerichte vakken en de beroepspraktijkvorming (bpv), waarin aspecten van rekenen een rol spelen. In de eerste lijn van het primaire proces spelen daardoor de rekendocent en de docenten beroepsgerichte vakken de voornaamste rol.

De *rekendocent* geeft rekenles. Hij is een vakbekwaam docent met een specialisatie in rekenen. Hij weet hoe hij door te differentiëren zijn rekenlessen kan afstemmen op de ontwikkeling en onderwijsbehoeften van zijn studenten. Hij gebruikt een, al dan niet digitale, rekenmethode. Hij is op de hoogte van de rekendidactiek in het *huidige* basisonderwijs, die model staat voor de didactiek in het mbo. Hij kent het *Referentiekader taal en rekenen* en de ontwikkelingen met betrekking tot de rekenexamens op de niveaus 2F en 3F.

De rekendocent observeert tijdens de rekenles, signaleert, analyseert en interpreteert de (toets-) resultaten van zijn studenten. Hij voert tijdens de rekenles korte rekengesprekken met studenten om hun denken en handelen te stimuleren. Deze gesprekken dienen ook om bij studenten eventuele knelpunten in de stof te verhelderen of om deze studenten verder te helpen. De generieke rekenlessen zijn gericht op het voorbereiden van studenten op het centrale rekenexamen. Binnen de eerste lijn is de ondersteuning naadloos afgestemd op wat nodig is in deze rekenlessen.

De *docenten beroepsgerichte vakken* kunnen ook te maken krijgen met rekenen. Rekenen blijft niet beperkt tot de rekenles. Rekenen is een basisvaardigheid en daarmee, net als taal in andere vakken, een essentieel onderdeel van de beroepsopleiding. De ene docent heeft er meer mee van doen dan de ander.

Verwacht mag worden dat de docenten beroepsgerichte vakken weten op welke wijze rekenen in hun vakgebied voorkomt. Zij stemmen de rekenactiviteiten binnen hun vak af met de generieke rekenaanpak binnen de opleiding. Zij maken de studenten duidelijk hoe rekenvaardigheid binnen hun eigen vak aan de orde komt. In de rekenactiviteiten spelen zij flexibel in op de rekenstrategieën van de studenten.

Wanneer docenten beroepsgerichte vakken bij een student (mogelijke) rekenproblemen signaleren, lichten zij zowel de studiecoach als de rekendocent van de betreffende student in. Omgekeerd worden zij geïnformeerd over studenten in hun groepen die (ernstige) rekenproblemen ervaren. Zij volgen de adviezen op die de rekenspecialist geeft voor de afstemming op de onderwijsbehoeften van deze studenten.

De *praktijkopleiders*, die de studenten meemaken en begeleiden tijdens de bpv, zullen in veel gevallen ook iets merken van de rekenvaardigheid van studenten. Hoewel dit sterk afhankelijk zal zijn van de aard van de bpv, is het van belang dat de *praktijkbegeleiders* met de praktijkopleiders van studenten met (ernstige) rekenproblemen daarover contact hebben.

De zelfgekozen beroepspraktijk is bij uitstek een plek waar motivatie studenten kan helpen rekenblokkades te overwinnen. Onhandige reacties op de werkplek kunnen die blokkades echter ook

versterken. Ook ‘handige rekentrucjes’ van de praktijkopleider kunnen de student in verwarring brengen. De rol van de praktijkbegeleider, als intermediair tussen praktijk en opleiding, daarin gesteund door de studietoetscoach en de rekenspecialist, is hierbij cruciaal. Het ligt voor de hand juist de bpv te benutten om studenten rekenopdrachten uit te laten voeren. Door de sterke context zal dit een stimulerende en inzichtvergroten functie kunnen hebben in hun rekenontwikkeling. Omgekeerd zullen de praktijkbegeleiders ook alert zijn op signalen vanuit de bpv over knelpunten in het functioneren van studenten op het gebied van rekenen of over mooie, inzichtversterkende momenten.

14.4.2 Eerstelijns-ondersteuning vanuit de begeleiding

De begeleiding in de eerstelijns-ondersteuning richt zich vooral op studenten in begeleidingscategorie 1b. Dit zijn de studenten die geringe rekenproblemen ervaren.

Naast de rekendocent en de docenten beroepsgerichte vakken die in de eerste lijn de onderwijsactiviteiten verzorgen, zijn er de studietoetscoach, opnieuw de rekendocent, maar mogelijk ook de praktijkbegeleider die de feitelijke ondersteuning in de eerste lijn voor hun rekening nemen. Zij vervullen een sleutelrol bij de afstemming in de groep en zo mogelijk in de bpv. Zij werken daarom nauw samen, met elkaar en met de collega’s van de tweedelijns-ondersteuning.

De *studietoetscoach/studieloopbaanbegeleider* is, als eerste aanspreekpunt voor de student, de persoon die signalen krijgt van studie- of persoonlijke problemen. Hij bewaakt de studieplanning en -voortgang. Hij analyseert en interpreteert de toetsresultaten. Hij ziet erop toe dat de studentdossiers in het (digitale) studentvolgsysteem bijgehouden worden. Hij coacht studenten op studietoetsen en -keuzes en op motivationeel-affectief gebied. Hij merkt daardoor of een student problemen ervaart met rekenen. Dergelijke signalen kan hij ook krijgen van zijn collega’s, van de praktijkbegeleider en eventueel van medestudenten of de ouders/verzorgers van de student.

Hij bespreekt de rekenproblemen van studenten in een reguliere studentenbespreking met de betrokken rekendocent, de docenten beroepsgerichte vakken en de praktijkbegeleider. Zij spreken af hoe zij de eerstelijns-ondersteuning inzetten. De studietoetscoach heeft de coördinatie van deze inzet en hij heeft hierover contact met de student en eventueel met zijn ouders/verzorgers. Wanneer deze inzet onvoldoende resultaat oplevert, schaaft hij op naar de tweedelijns-ondersteuning die vanaf dat moment de begeleiding overneemt.

De uitvoering van de ondersteuning voor begeleidingscategorie 1b ligt in handen van de *rekendocent*. Hij zet zijn expertise in om binnen de groep differentiërend les te geven, waarbij hij gebruik maakt van een rekenmethode en ook het gewenste referentieniveau van de opleiding in acht neemt.

Opnieuw zal hij de studenten – maar nu nog gericht – observeren bij hun rekenactiviteiten en rekenproblemen en knelpunten signaleren. Hij voert korte rekengesprekken en analyseert de resultaten van toetsen, rekengesprekken en observaties. Hij overlegt met de ondersteuners in de tweede lijn hoe hij bepaalde studenten kan begeleiden binnen de groep. Bij deze ondersteuning gebruikt de docent de rekenmethode en geeft hij specifieke instructie in subgroepjes.

Komt het tot een diagnostisch rekenonderzoek (begeleidingscategorie 2), dan brengen de studietoetscoach en de rekendocent de door hen gesignaleerde hulpvragen in bij de rekenspecialist. Na afloop

van het onderzoek geven zij in overleg met de rekenspecialist invulling aan het individuele handlingsplan.

Komt het tot een psychodiagnostisch onderzoek (begeleidingscategorie 3), dan helpen de studiecoach en de rekendocent eveneens bij het maken of herzien van individuele handelingsplannen.

Voor de rekendocent geldt bovendien dat hij als eerstelijnsondersteuner de begeleiding van studenten in categorieën 2 en 3 verzorgt. Hij voert deze begeleiding uit binnen de rekenles, door te differentiëren in subgroepjes. Hij krijgt dan op zijn beurt ondersteuning van de rekenspecialist en de studiecoach.

14.4.3 Tweedelijnsondersteuning vanuit de begeleiding

De begeleiding in de tweedelijnsondersteuning richt zich op studenten in begeleidingscategorie 2. Dit zijn de studenten bij wie ernstige rekenproblemen worden vermoed of al zijn aangetoond.

In de tweedelijnsondersteuning spelen de rekenspecialist en de studiecoach de hoofdrol. Ook de gedragsdeskundige kan binnen deze ondersteuning nuttig werk doen, met name gericht op de houding van de studenten, als de studievoortgang met betrekking tot het vak rekenen tegenzit. De gedragsdeskundige zal, meer dan de studiecoach, studenten begeleiden naar een nieuw toekomstperspectief. Dat geldt met name als een student te kennen geeft te willen stoppen 'omdat het toch geen zin heeft' of zelfs depressief gedrag gaat vertonen. Ook de negatieve associatie met rekenen kan in dit stadium bij sommige studenten zorgen voor ernstige emotionele blokkades. Ook dan is de gedragsdeskundige een van degenen die studenten intensief kunnen begeleiden naar een uitweg uit die crisis.

De *rekenspecialist* is een vakbekwaam docent die op masterniveau is gespecialiseerd in rekenen en rekenproblemen. Hij fungeert als begeleider van studenten, onderzoeker van rekenproblemen, ondersteuner van collega's en adviseur voor het management. Hij is de spilfiguur in het rekenonderwijs van een instelling of opleiding.

De rekenspecialist is belast met het opstellen, evalueren en bijstellen van individuele handelingsplannen. Hij doet dat in overleg met de rekendocent, de studiecoach, de praktijkbegeleider en eventueel de gedragsdeskundige (begeleidingscategorie 2 en 3). De rol die elk van hen vervult hangt af van aard en ernst van de problematiek. De rekenspecialist voert als ondersteuner op basis van individuele handelingsplannen de begeleiding uit van studenten in de begeleidingscategorie 2 en 3. Hij verzorgt de op hun onderwijsbehoeften afgestemde instructie aan deze studenten. Dergelijke instructies vinden plaats buiten de generieke rekenles, indien mogelijk in kleine groepjes. Hij kan bepaalde activiteiten van de begeleiding aansturen die tijdens de rekenles of tijdens de bpv plaatsvinden. Zo kan de student bijvoorbeeld oefeningen doen onder begeleiding van de rekendocent, eventueel via computerprogramma's. De rekenspecialist kan studenten bijvoorbeeld ook zinvolle opdrachten meegeven die zij tijdens de bpv uitvoeren.

De rekenspecialist is ook degene die diagnostische rekenonderzoeken uitvoert volgens de principes van HGD (handelingsgerichte diagnostiek) bij studenten in begeleidingscategorie 2 (zie ook hoofdstuk 18). Zijn specialisatie op het gebied van rekenen en rekenproblemen is onmisbaar, naast zijn bekwaamheid op het terrein van diagnostiek. Daarom kan hij ook bijdragen aan het voorbereiden en uitvoeren van de rekendiagnose bij psychodiagnostische onderzoeken in begeleidingscategorie 3. In het vervolg daarvan coördineert hij de begeleiding van studenten in de derdelijnsonder-

steuning. Hij coördineert de vertaling van de adviezen vanuit de derde lijn naar de tweedelijns-ondersteuning binnen de eigen organisatie.

Hij is de rekendidactische ondersteuner en adviseur van de (reken)docenten en de praktijkbegeleiders. Zo kan hij een rol spelen bij de selectie en aanschaf van leermateriaal voor rekenen. Als coördinator van de ondersteuning rond studenten zorgt de rekenspecialist dat de ondersteuningsactiviteiten binnen de opleiding mogelijk zijn (inroosteren van tijd, stimuleren van deskundigheidsbevordering) en op elkaar afgestemd worden. Het benutten van de beroepspraktijk in overleg met de praktijkbegeleider kan daartoe eveneens behoren. Ook bij andere taken speelt hij een rol, zoals interne en externe voorlichting en communicatie over het rekenbeleid van de mbo-opleiding en over de aanpak en gevolgen van rekenproblematiek. Vanwege al deze rollen wordt de rekenspecialist in veel gevallen als de *facilitator* binnen een opleiding of locatie beschouwd. Hij maakt de eerste-, tweede- en derdelijns-ondersteuning in de praktijk mogelijk.

De rekenspecialist is daardoor het aanspreekpunt voor alle betrokkenen, naast de docenten, met name voor de student zelf en eventueel zijn ouders/verzorgers.

Naast de rekenspecialist speelt de *gedragsdeskundige* een rol. Deze is op ten minste masterniveau opgeleid als gedragsspecialist en beschikt over uitstekende vaardigheden voor de coaching van studenten. Hij kan pedagogische adviezen geven aan de rekenspecialist en aan docenten. Bovendien is hij inzetbaar als *mental coach* voor studenten, voor wie dit type begeleiding geïndiceerd is. Hierdoor vervult hij ook wel de rol van vertrouwenspersoon voor studenten (en eventueel hun ouders/verzorgers). In sommige gevallen kan hij zelfs bemiddelen tussen de student en de opleiding.

De taken van de rekenspecialist, de gedragsdeskundige en de studietoetscoach zijn afhankelijk van de organisatie en de grootte van de locatie of opleiding. Ze zijn op de eerste plaats gericht op het optimaal functioneren van de (individuele) begeleiding van studenten en van de communicatie hierover. In de praktijk kunnen de genoemde taken over meer personen zijn verdeeld. In ieder geval nemen zij de organisatie/coördinatie van de uitvoering en een deel van de uitvoering zelf voor hun rekening.

14.4.4 Derdelijns-ondersteuning vanuit de (externe) begeleiding

De begeleiding in de derdelijns-ondersteuning richt zich op studenten die mogelijk in aanmerking komen voor begeleidingscategorie 3. Dit zijn de studenten bij wie ernstige en hardnekkige rekenproblemen worden vermoed of al zijn aangetoond.

De diagnosticus die hierbij kan worden ingeschakeld is bevoegd tot het (laten) uitvoeren en het interpreteren van psychodiagnostisch onderzoek. Hij is gebonden aan de beroepscode van de eigen beroepsvereniging. Als hij zelf geen rekenspecialisatie bezit, werkt hij samen met een rekenspecialist van de opleiding. In grote organisaties kan de diagnosticus in dienst zijn van de instelling. Hij voert het psychodiagnostisch onderzoek uit en geeft advies over de specifieke begeleiding van een student.

De rekenspecialist vertaalt dit advies, in overleg met het ondersteuningsteam en zo nodig met de diagnosticus naar een individueel handlingsplan. De rekenspecialist regelt de uitvoering met de studietoetscoach en de betrokken docenten, en hij neemt naast hen deel aan de begeleiding.

14.4.5 Randvoorwaarden

De randvoorwaarden voor de ondersteuning worden gecreëerd door het (lijn)management van de organisatie.

De *opleidingsmanager* is verantwoordelijk voor de vertaling van het algemene instellingsbeleid naar het rekenbeleid van de eigen opleiding. Hij is aanspreekbaar op het initiëren, vaststellen, uitvoeren en evalueren van het rekenbeleid. Hij schept de randvoorwaarden voor rekenonderwijs, -begeleiding en -ondersteuning. Hij bevordert dat aan deze randvoorwaarden wordt voldaan (onder andere door deskundigheidsbevordering).

Ook de rekenspecialist kan in zijn rol van stafflid of beleidsmedewerker eventueel in samenspraak met de gedragsdeskundige een bijdrage leveren aan de randvoorwaarden voor het primaire proces en voor de eerste-, tweede- en derdelijnsondersteuning. Dit omvat onder andere de volgende taken:

- implementeren van instellingsbreed en/of opleidings specifiek rekenbeleid binnen de opleiding;
- monitoren en evalueren van de ondersteuning binnen een of meer opleidingen;
- coördineren van en rapporteren over (de organisatie en de uitvoering van) de begeleiding aan studenten (categorie 1, 2 en 3) en de effecten daarvan;
- vanuit eigen specialisme bijdragen aan de deskundigheidsbevordering van rekendocenten en docenten beroepsgerichte vakken;
- bijdragen aan het tot stand komen en evalueren van het rekenbeleid binnen de instelling, respectievelijk opleiding.

14.5 De student

Het succes van begeleiding en ondersteuning staat of valt met de betrokkenheid van de student zelf. Het is de taak van de opleiding om hem hierin te stimuleren en motiveren. De student zélf is zoveel mogelijk eigenaar van zijn eigen leerproces. Hij heeft en krijgt vertrouwen om zijn leerproces in eigen hand te nemen. Daarvoor heeft hij inzicht nodig in het belang van rekenen binnen zijn opleiding en de betekenis van het rekenexamen. Hij beseft daardoor welk referentieniveau hij aan het einde van zijn opleiding zal moeten bereiken, en welk rekenexamen hij zal moeten kunnen afleggen: 2F of 3F. Dit vraagt om inzicht in wat hij kan op het gebied van rekenen en waaraan hij nog moet werken.

Het verwerven van dit inzicht en het volgen van het verloop van zijn rekenontwikkeling is afhankelijk van de begeleidingscategorie waarin hij zich bevindt. Voor een student in categorie 1a is dat overzichtelijker dan voor een student in categorie 3. De student kan gebruik maken van de instrumenten en mogelijkheden die bestaan voor ondersteuning en begeleiding. Dit kan variëren van een doelenlijst die hij zelf bijhoudt tot een handelingsplan op maat. Voorwaarde is wel dat de student zich veilig voelt en hulp durft te vragen. Het is belangrijk dat hij ervaart dat hij kan rekenen op begrip en steun van de docenten en andere betrokkenen. Hij merkt dan dat de ondersteuning er mede op is gericht dat hij geen 'buitenbeentje' in de groep wordt.

Zeker de student met ernstige rekenproblemen, met of zonder dyscalculieverklaring, kan sociaal-emotionele problemen ondervinden. Deze kunnen het resultaat zijn van de vele negatieve ervaringen die hij tijdens zijn schoolloopbaan al heeft opgedaan. Dit kan zich uiten in onzekerheid en faalangst, zich afhankelijk opstellen van de docent, weerstand laten zien of juist gelatenheid. Zo'n

student is gebaat bij een goede afstemming en samenwerking tussen alle betrokkenen. Door een consistente benadering kan hij zich meer vertrouwd gaan voelen en meer zelfvertrouwen krijgen binnen de gekozen opleiding.

Het ontwikkelen van zelfvertrouwen en van een positieve houding ten aanzien van rekenen blijft een steeds terugkerend aandachtspunt bij mbo-studenten (De Vries, 1998).

14.6 Vastleggen van vorderingen en evaluatie

De instelling gebruikt een digitaal studentvolgsysteem waarin dossiers van de studenten zijn opgenomen. Dit studentvolgsysteem sluit aan bij de *planning- & controlcyclus* van de instelling, respectievelijk de opleiding. Het is onder meer ingericht om kengetallen te produceren voor sturingsinformatie en/of voortgangsrapportages. De dossiers van studenten zijn toegankelijk voor allen die betrokken zijn bij het rekenonderwijs en de eventuele ondersteuning van deze studenten.

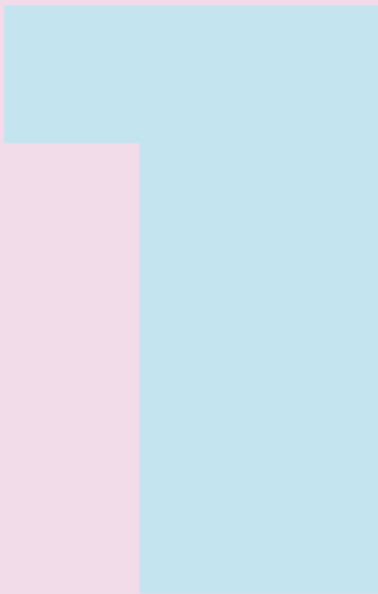
De rekendocent legt alle vorderingen (behaalde doelen) van de student in begeleidingscategorie 1 vast in dit digitale studentvolgsysteem.

Bij een student in begeleidingscategorie 2 en 3 houden de rekendocent, de praktijkbegeleider, de rekenspecialist en de gedragsdeskundige ieder hun bevindingen vanuit de begeleiding bij in het studentdossier. In dit dossier worden naast het handelingsplan ook toetsresultaten, relevante presentaties, verslagen van onderzoek, observaties en rekengesprekken opgenomen. Op basis van deze informatie kunnen betrokkenen de ontwikkeling van de student volgen en hun begeleiding afstemmen. Tevens leent het dossier zich voor evaluatie van de kwaliteit van de signalering, het rekenonderzoek en de begeleiding bij rekenproblemen, zowel afzonderlijk als in samenhang.

Binnen elke begeleidingscategorie wordt op vaste momenten geëvalueerd. Deze momenten zijn vastgelegd in de structuur van de jaarplanning en in de individuele handelingsplannen. Op basis van de vorderingen van een student stelt de rekenspecialist, in overleg met het ondersteuningsteam de handelingsplannen bij.

15 **Begeleidingscategorie 1**

Begeleidingscategorie 1 is voor de studenten die aan het onderwijsaanbod in de generieke rekenlessen genoeg hebben om resultaat te behalen. In zijn lessen volgt een rekendocent het normale rekenonderwijsprogramma. Wanneer studenten (op deelgebieden) geringe problemen ervaren, speelt de rekendocent hierop in door te differentiëren naar subgroepjes binnen de groep.



15.1 Verschillen binnen het mbo

Het generieke rekenprogramma dat in alle opleidingen wordt aangeboden houdt rekening met verschillen tussen studenten. Dit onderscheid is gebaseerd op kennis over:

- het rekenniveau van de studenten bij instroom;
- het minimaal te beheersen referentieniveau aan het einde van een opleiding;
- de cognitieve capaciteiten van de studenten;
- de onderwijsgeschiedenis van de studenten;
- de aard van de opleiding waarvoor zij hebben gekozen.

De verdeling van studenten over de mbo-niveaus leidt echter niet tot groepen die homogeen zijn in rekenvaardigheid. Uiteraard komen er binnen alle mbo-opleidingen verschillen in rekenvaardigheid voor. In elke groep zitten zowel (relatief) sterke als zwakke rekenaars, vergeleken met hun medestudenten binnen dezelfde opleiding.

Om aan deze diversiteit recht te doen is binnen elke opleiding afstemming op deze verschillen nodig. Hiertoe is in elke opleiding specifieke deskundigheid van alle betrokkenen in de eerste-, tweede- en derdelijnsondersteuning nodig.

15.2 De studenten in begeleidingscategorie 1

Begeleidingscategorie 1 is bedoeld voor studenten die genoeg hebben aan het aanbod, zoals een rekendocent dat zelf kan realiseren in zijn groep. Wij maken daarbinnen onderscheid tussen de categorieën 1a en 1b.

Wij spreken van begeleidingscategorie 1a wanneer de student in staat is om het rekenonderwijs in de groep te volgen en daardoor de beoogde resultaten te behalen. Dit gebeurt in de generieke rekenlessen waarbinnen de rekendocent een op het opleidingsniveau afgestemd programma uitvoert. In principe volgt de hele groep dezelfde lessen. Alle studenten gaan mee in de opeenvolgende behandeling van de leerstoflijn. De rekendocent stemt de lessen af op de voorkennis waarmee de studenten binnenkomen in zijn groep. Dit kan zijn bij de instroom vanuit het voortgezet onderwijs, maar ook bij de start van een volgend cursusjaar. Overigens blijft gedurende het hele cursusjaar de uitdaging voor een rekendocent om aansluiting te vinden bij de voorkennis van de studenten.

Vanzelfsprekend kan de docent dit alleen realiseren wanneer hij de rekenactiviteiten van zijn studenten op de voet volgt. Hij is voortdurend alert op signalen die erop kunnen wijzen dat een student ergens 'de boot mist'. In hoofdstuk 13 staan aandachtspunten die de docent hierbij behulpzaam zijn. Deze komen voort uit de pijlers van het *Protocol ERWD3*: het Handelingsmodel, het Drieslagmodel, de Hoofdpijnen voor rekenen en een typering van studentkenmerken.

Uitgangspunt is dat alle studenten in de groep in min of meer hetzelfde tempo door de stof gaan. Zij zouden zich dan allemaal de geplande leerinhouden eigen moeten kunnen maken. Om dat te bereiken kan het nodig zijn dat de rekendocent binnen het reguliere programma sommige studenten of zelfs de hele groep een extra zetje geeft. Hij kan dit doen door bijvoorbeeld extra instructie te plannen of de studenten (computerondersteunde) oefeningen te laten doen, de studenten met (extra) huiswerk te laten oefenen of door te variëren in het gebruik van lesmateriaal en opdrachten. In principe is het programma op deze manier haalbaar voor de meeste studenten.

Wanneer dit echter voor bepaalde studenten niet toereikend blijkt te zijn, spreken wij van begeleidingscategorie 1b. Een enkele student zal op onderdelen wel moeite hebben met rekenen. Bepaalde leerstofonderdelen van rekenen beheerst zo'n student dan nog onvoldoende. Het vergt extra inspanning om het tempo van de groep te blijven volgen. Hij heeft daar dan extra instructie en oefening voor nodig. Voor die onderdelen krijgt hij, binnen de rekenlessen, een vorm van begeleiding die past bij zijn onderwijsbehoeften op dat moment. Zie voor aandachtspunten hoofdstuk 13.

De rekendocent kan inspelen op deze onderwijsbehoeften binnen zijn groep door subgroepjes te onderscheiden en daartussen te differentiëren. Hoe hij dit doet hangt af van de situatie op dat moment. In sommige opleidingen kan een subgroepje bestaan uit maar een enkele student. Het kan zijn dat de rekendocent aan zo'n klein groepje extra huiswerk meegeeft of juist zelf een 'bijspijkerles' organiseert. In andere opleidingen kan die bijspijkerbehoefte de hele groep betreffen of op meerdere onderwerpen nodig zijn. Wij spreken in al die gevallen van een begeleidingscategorie 1b. Het betreft immers een beperkte en dikwijls tijdelijke aanpassing van het reguliere programma op basis van gesignaleerde behoeften. De rekendocent is in staat dit zelf op te lossen binnen zijn les. Het doel van de extra begeleiding is de student inhoudelijk te laten meedoen met de rest van de groep.

Daarnaast kunnen er in een groep ook studenten zitten die ernstige rekenproblemen ervaren. Zij doen waar mogelijk mee met hun groep, maar hebben verder ook eigen opdrachten en krijgen hun instructie buiten de rekenles. Zij vallen onder de begeleidingscategorieën 2 en 3, die worden besproken in de hoofdstukken 16 en 17.

15.3 Hanteren van doelen

De meeste doelen behalen studenten niet in één rekenles, maar in een reeks van lessen. Een overzicht van te behalen doelen helpt zowel de docent als de studenten om daar gericht aan te werken. De rekendocent kiest voor elke les aan welke aspecten van deze doelen hij aandacht gaat besteden. Natuurlijk laat hij hierbij ook de voorkennis van de studenten in een bepaalde groep meewegen. Hierdoor kan hij de differentiatie binnen categorie 1 een herkenbare plek geven.

Het is van belang dat rekendocenten zowel de lessenreeks, als de afzonderlijke lessen evalueren. Hiervoor zijn de doelen enerzijds en de reacties en de prestaties van de studenten anderzijds essentiële elementen. Bij het laatste denken we niet alleen aan antwoorden bij een opdracht, maar ook aan gedemonstreerde oplossingsprocedures en ingevulde kladblaadjes uit de lessen. Op grond van zijn evaluatie en analyse van resultaten en processen trekt de rekendocent conclusies. Die kunnen leiden tot het bijstellen van zijn lesdoelen of van zijn werkwijze bij instructie of begeleiding. Ook kan het ertoe leiden dat hij lichte signalen doorgeeft aan de studietoetscoach. In ernstiger gevallen geeft hij ze ook door aan de rekenspecialist, met een vraag om nader diagnostisch rekenonderzoek.

Een student die begeleiding krijgt in categorie 1b heeft natuurlijk een andere doelenlijst dan studenten die genoeg hebben aan begeleiding in 1a. Belangrijk is dat de student zelf nadrukkelijk betrokken is bij het opstellen van die lijst. Daartoe kan hij samen met de studietoetscoach en de rekendocent deze doelen formuleren in concrete en haalbare stappen. De student kan zich daardoor verantwoordelijk voelen voor zijn eigen leerproces.

De rekendocent zorgt ervoor dat de doelen van studenten in 1b afgestemd blijven op die in 1a en dus op de leerstoflijn van de lessenserie. Hierdoor kunnen deze studenten in categorie 1b zinvol in de groep blijven meedoen, wat hun zelfvertrouwen stimuleert.

De rekendocent evalueert regelmatig de extra doelen met deze studenten. Dit is niet alleen belangrijk als feedback aan de studenten. Het is ook van belang om te kunnen signaleren of de begeleiding in categorie 1b toereikend is om voortgang en motivatie te handhaven. Signalen die hieruit naar voren komen, kunnen aanleiding zijn om in een volgende les het handelen van die studenten gericht te observeren en/of een rekengesprek met hen te voeren.

15.4 Opzet van een rekenles

Een generieke rekenles in categorie 1 is een doordachte les. Zowel met de inhoud als in de opbouw houdt de rekendocent rekening met wat de studenten nodig hebben om tot leerrendement te komen. Concreet betekent dit een vorm van instructie waarin alle studenten actief kunnen zijn en waaruit duidelijk wordt wat er daarna te oefenen is. Het oefenen in elke les gebeurt in een vorm die past bij het te bereiken doel. Dat betekent dat lang niet altijd studenten individueel en schriftelijk bezig zullen zijn. Juist regelmatig en gezamenlijk nabespreken is nodig. Hierdoor worden de studenten zich bewust van hun ervaringen tijdens het oefenen. Ze ervaren dat oefenen tot resultaat moet leiden, maar vooral ook hoe dat het beste lukt. Zo kunnen zij de verworven inzichten geordend opslaan in hun langetermijngeheugen. De docent biedt door deze elementen structuur, maar vooral een klimaat waarin het leren tot een gezamenlijke ervaring kan leiden.

Een rekenles is effectief als de docent:

- zich goed voorbereidt op een leerstofblok en van daaruit op de les;
- zorgt voor een aangenaam leerklimaat;
- de studenten duidelijk aangeeft welke doelen in een les of leerstofblok aan de orde zijn;
- evenwicht laat zien tussen voorspelbaarheid en verrassing;
- op een aantal momenten aandacht kan schenken aan subgroepen en/of individuele studenten terwijl andere studenten (in subgroepen) met hun eigen oefenwerk bezig zijn;
- bij het doel passende werkvormen kiest;
- korte, maar activerende instructies geeft;
- oefenwerk afstemt op de te behalen doelen;
- met de groep en/of met de subgroepen reflecteert op het effect van de les.

Wij geven een voorbeeld van de opzet van drie typen rekenlessen. Een rekendocent kiest bij het plannen van een lessenserie wanneer en voor wie instructie en oefenen zinvol zijn en de omvang daarvan. Bij het oriënteren, nader onderzoeken of oefenen kan hij kiezen tussen alleen en schriftelijk of op de computer werken of juist samen met anderen en mondeling bezig zijn. In deze voorbeelden zijn wij uitgegaan van lessen van 50 minuten, hoewel de praktijk vaak anders zal zijn.

Lesopbouw met accent op instructie (differentiatie is in kleur)		
Duur	Activiteiten en aandachtspunten	
	1a Doel(en) van de les basisgroep	1b Specifiek(e) doel(en) voor enkele of individuele studenten
5 min	Activeren voorkennis door opdracht aan alle studenten	
15 min	Gezamenlijke instructie nieuwe kennis en vaardigheden (of verdere ontwikkeling van....)	
20 min	Zelfstandig oefenen (kan ook in tweetallen)	Afgestemde instructie in subgroepjes met waar nodig individuele accenten (tweemaal 10 min)
10 min	Nabespreking en afspreken huiswerk op maat (staat al beschreven in de planning)	

Afbeelding 15.1 Voorbeeld lesopzet 1

Les opbouw bij individueel werken (differentiatie is in kleur)		
Duur	Activiteiten en aandachtspunten	
	1a Doel(en) van de les basisgroep	1b Specifiek(e) doel(en) voor enkele of individuele studenten
5 min	Activeren voorkennis bij alle studenten, gevolgd door bespreken doel(en) van de les (voortvloeiend uit de voorkennis)	
40 min	Zelfstandig oefenen, onder andere met behulp van de computer	Docent geeft instructie in subgroepjes (driemaal 10 min) Aanvullend individuele ondersteuning voor studenten die dat nodig hebben
5 min	Reflectie en huiswerk op maat (staat al beschreven in de planning)	

Afbeelding 15.2 Voorbeeld lesopzet 2

Lesopbouw voor samenwerkend leren (differentiatie is in kleur)		
Duur	Activiteiten en aandachtspunten	
	1a Doel(en) van de les basisgroep	1b Specifiek(e) doel(en) voor enkele of individuele studenten
5 min	Activeren voorkennis bij alle studenten, gevolgd door bespreken doel(en) van de les (voortvloeiend uit de voorkennis) Bespreken afspraken voor effectieve samenwerking bij oefenen/onderzoeken	
10 min	Samenwerkend leren in subgroepen aan contextopgave 1	Docent begeleidt of observeert één van de subgroepjes
10 min	Gezamenlijk bespreken van oplossingsprocedures (manieren van oplossen)	
10 min	Samenwerkend leren in subgroepen aan contextopgave 2	Docent begeleidt of observeert één van de subgroepjes
10 min	Gezamenlijk bespreken van oplossingsprocedures (manieren van oplossen)	
5 min	Reflectie op de opbrengst van de les en huiswerk op maat (staat al beschreven in de planning)	

Afbeelding 15.3 Voorbeeld lesopzet 3

Naast de vorm kan een rekendocent vanzelfsprekend ook de inhoud van de lessen variëren, zoals naar aantal, inhoud en duur van de opdrachten. In een groep op mbo-niveau 1 zal hij eerder twee keer een korte opdracht geven van 10 minuten met tussentijdse bespreking. In een groep op mbo-niveau 4 kan hij een complexere opdracht geven waaraan de studenten zelfstandig in subgroepen 30 minuten werken. In alle gevallen creëert de docent ruimte om subgroepjes te begeleiden of te observeren. De rekendocent sluit de les altijd af met een gezamenlijke nabespreking. Deze dient niet om de antwoorden te vergelijken of na te kijken, maar om ieders aanpak of manier van oefenen te evalueren.

De subgroepjes zijn geen vaste groepen maar een combinatie van studenten die de docent op een gegeven moment wil laten werken aan eenzelfde problematiek (begeleidingscategorie 1b). Wanneer het accent meer ligt op leren met en van elkaar kan hij ook (naar rekenvaardigheid) gemengde groepjes samenstellen.

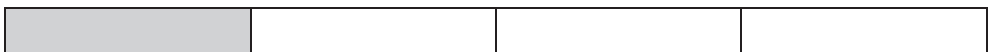
15.5 Instructievormen

Bij afstemming is het bieden van goede instructie van essentieel belang. Wij maken hierbij onderscheid tussen vier hoofdvormen:

- directe instructie;
- sturende instructie;
- banende instructie;
- samenwerkend leren.

Directe instructie

Deze vorm van instructie bestaat uit de kernelementen voordoen, nadoen/meedoen, zelf doen. De rekendocent activeert relevante voorkennis van de studenten. De studenten weten bijvoorbeeld dat 50% de helft is van 'iets'. Aansluitend doet de docent een (nieuwe) rekenhandeling voor, bijvoorbeeld het bepalen van 25% van 'iets'. De docent doet voor hoe 25% van een mooi bedrag, bijvoorbeeld 100 euro, kan worden berekend. Hij gebruikt hierbij een strookmodel.



Afbeelding 15.4 *Strookmodel 1*

De studenten doen de handeling na op precies dezelfde wijze. De rekendocent kan deze activiteit nog een keer herhalen. Als studenten de handeling begrijpen, biedt de rekendocent nog een keer dezelfde activiteit aan met een ander bedrag, bijvoorbeeld 80 euro. Daarna voeren de studenten de opdracht zelf uit.

Als de stap van het zelf doen niet lukt, biedt de rekendocent een tussenstap aan: meedoen. De rekendocent doet de handeling voor, daarna doen de rekendocent en de betreffende studenten het samen. Vervolgens doen die studenten het zelf.

Dit patroon kan worden herhaald totdat de studenten de activiteit zelf kunnen uitvoeren.

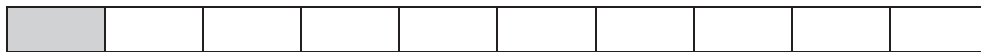
Directe instructie als voordoen-nadoen komt ook wel voor in dagelijkse, buitenschoolse situaties. Het wordt ook wel 'stap-voor-stap-instructie' genoemd. Directe instructie is te vergelijken met het lezen van de handleiding om een zelfbouwmeubel in elkaar te zetten. In die handleiding staat elke stap vermeld. Als de gebruiker elke stap op de voet volgt, kan het in elkaar zetten niet fout gaan. Bij

het leren plakken van een lekke fietsband is voordoen-nadoen en daarna zelf doen een effectieve instructie. Op school is het daarom vooral bruikbaar voor procedures die in een vaste volgorde uitgevoerd moeten worden. Er valt een kanttekening te plaatsen bij de effectiviteit. Doordat de docent 'het' (de weg naar de oplossing) voordoet, is de student afhankelijk van de docent. De kans is groot dat zonder onderhoud de zo verworven vaardigheid alweer spoedig (gedeeltelijk) vervaagt.

Sturende instructie

Deze vorm van instructie bestaat uit het geven van aanwijzingen die leiden tot verhoging van het handelingsniveau of tot het verwerven van nieuwe rekenconcepten en rekenvaardigheden.

De rekendocent weet dat de studenten 50% en 25% van een bedrag kunnen uitrekenen. Hij laat de studenten nu een percentage uitrekenen van 10% van hetzelfde bedrag. De studenten kunnen dit zelf tekenen met behulp van de strook.



Afbeelding 15.4 Strookmodel 2

De studenten voeren de actie uit. Als het niet lukt, verwijst de rekendocent naar de manier waarop de studenten het een vorige keer hebben gedaan. Hij pakt eventueel de oefenstof van de vorige keer erbij. De vraag die hij kan stellen is bijvoorbeeld: *Weet je nog hoe je het de vorige keer deed bij 25%*? Als de studenten het weten kunnen zij de nieuwe stap zelf zetten en kan de rekendocent doorgaan met een volgende opdracht. Als studenten het niet meer weten, wordt de oefening van de vorige keer herhaald. Dan volgt de nieuwe opdracht en laat de rekendocent de studenten zelf bepalen hoe zij het kunnen uitvoeren.

Lukt het wel, dan kan de rekendocent een volgende stap zetten en de student zelf een korting laten bedenken en uitrekenen, bijvoorbeeld 20% van 80 euro.

Hij begeleidt de studenten met vragen als: *Hoe kun je dit tekenen? Welke som kun je hierbij schrijven?* De rekendocent stuurt het proces van niveauverhoging aan, maar laat de studenten zelf bedenken hoe zij het uitvoeren. Als de docent steeds de goede vragen stelt, zijn de studenten minder afhankelijk van hem. Als een student het echt niet meer weet, kan de docent de studenten verder proberen te helpen met directe instructie.

Banende instructie

Bij deze vorm van instructie biedt de rekendocent de studenten de ruimte om zelf een oplossingsprocedure te bedenken. De rekendocent bepaalt de leerstofinhoud en vraagt de studenten zelf een manier te bedenken om het rekenvraagstuk op te lossen. Als er studenten vastlopen of dreigen vast te lopen, kan de rekendocent hen een tip geven (*Weet je nog...?* of: *Als je nu eens...*).

Deze wijze van instructie geven kan met name worden toegepast bij contextopdrachten. De rekendocent activeert op deze manier het zelf denken van de studenten, waardoor zij in volgende situaties zelf de aard van het probleem kunnen herkennen. Tegelijk helpt het de docent zicht te krijgen op de reeds verworven rekenkennis en -vaardigheden van de studenten en hoe zij deze weten in te zetten. Dit geeft weer informatie voor de verdere ontwikkeling en volgende lesdoelen. Tijdens het oplossen bevraagt de rekendocent de studenten met behulp van het Drieslagmodel. Tijdens de reflectie worden de gekozen oplossingsprocedures besproken. De rekendocent en de studenten analyseren samen of de gekozen procedures effectief zijn en hoe het eventueel beter kan.

Een volgende les biedt de rekendocent een vergelijkbaar rekenvraagstuk aan dat past in de leerstoflijn. Hij verwacht dan op basis van de eerdere observaties dat de studenten het vraagstuk op een passende manier kunnen oplossen en die manier ook kunnen toelichten.

Bij deze wijze van instructie wordt het probleemoplossend vermogen en het zelfvertrouwen van de studenten sterk gestimuleerd. Door een goede opbouw van de leerstofinhouden worden de studenten uitgedaagd hun reeds verworven kennis goed te ordenen en te onderhouden en nieuwe kennis en procedures te ontwikkelen. De expertise van de rekendocent blijkt uit het bieden van de juiste leerstappen en het stellen van passende vragen aan de hand van het Drieslagmodel.

Samenwerkend leren

In sommige situaties kan het zelfvertrouwen ook worden gestimuleerd door de studenten in een subgroepje (of per duo daaruit) een contextopgave voor te leggen en de studenten zelf te laten bedenken hoe zij deze het beste kunnen oplossen. Zie voor voorbeelden Hoofdlijn 2 (hoofdstuk 7). Het samenwerkend leren biedt mogelijkheden voor het ontdekken van eigen (creatieve) oplossingsprocedures, passend bij hun voorkennis en het beheerste handelingsniveau. Het bespreken daarvan in kleine groepjes dwingt hen om bij die oplossingen stil te staan en er woorden aan te geven. De studenten leren zo te reflecteren op hun eigen procedures en die te vergelijken met die van anderen. Van belang is dat de student in deze groepssituatie positieve leerervaringen opdoet. Daarom is zorgvuldigheid geboden bij het kiezen van rekenactiviteiten en het samenstellen van groepjes. De groepjes bestaan uit tweetallen of drietallen, waarin alle leden een bijdrage kunnen leveren. De docent sluit het samenwerkend leren altijd af met een reflectie op de oplossingsprocedures door de studenten zelf. Hierbij geven de studenten aan welke oplossingsprocedure volgens hen het meest efficiënt was. Ook hier is het Drieslagmodel voor probleemoplossend handelen de leidraad voor de bespreking. De docent zet de studenten aan het denken met vragen als *Wat heb je gedaan? Waaraan herkende jij welke aanpak je kon kiezen? Wat deed je om het op te lossen? Kan het ook anders? Kun je het op een snellere manier uitrekenen?* De rekendocent bewaakt dat elke student zijn zelf gevolgde oplossingsprocedure bespreekt en zich niet gedwongen voelt te gaan werken op een manier waarvoor de student de bouwstenen nog niet beheerst. Hierdoor kan deze werkvorm het zelfvertrouwen van de student bevorderen.

Bovenstaande vormen van instructie variëren van een gesloten naar een steeds meer open vorm. Bij de keuze welke vorm geschikt is, gaat het niet in de eerste plaats om de voorkeur van de docent maar eerder om de onderwijsbehoeften van de studenten. Wie afhankelijk gedrag en onzekerheid wil tegengaan en studenten wil stimuleren tot meer initiatief kan beter niet te vaak de directe instructie inzetten. Om rekenzwakke studenten te stimuleren kan directe instructie wel een start zijn, als de inhoud van de les maar daarbij past. De uitdaging is om de opdrachten zo te kiezen dat deze studenten in een meer open vorm toch succeservaringen opdoen.

Bij studenten die al meer zelfvertrouwen hebben kiest de docent juist wel banende instructie of samenwerkend leren. Daar is het aandachtspunt eerder dat de uitwerking voldoende diepgang heeft en de nabespreking er niet bij inschiet.

15.6 Oefenen

Na een gerichte instructie en vanuit heldere doelen kunnen studenten resultaatgericht oefenen. In hoofdstuk 8 (Hoofdlijn 3) staan diverse vormen van oefenen beschreven. De docent kiest voor elke rekenles effectieve oefenvormen. Effectief betekent hier dat ze aansluiten bij de instructie en dat ze

de studenten merkbaar helpen hun doelen te realiseren. Als dit de effectiviteit vergroot, zal de rekendocent zorgen voor variatie in de gebruikte oefenvormen. Naast de oefeningen uit een (reken) methode, kunnen opdrachten ook uit andere bronnen komen, mits ze effectief zijn. De docent kiest natuurlijk even zorgvuldig passende oefenstof als leerstofinhoud voor die oefenvormen.

De docent stemt de oefeningen voor de onderscheiden subgroepjes af op hun specifieke onderwijsbehoefte. Oefeningen zijn zo altijd betekenisvol voor deze studenten. Alleen dan kunnen ze ook effectief zijn. Door gebruik te maken van het Handelingsmodel stimuleert de docent deze studenten tot niveauverhoging.

Voorbeeld van een opbouw van betekenisvol en niveauverhogend oefenen:

- *Context met ondersteuning van concrete materialen en afbeeldingen.*
De studenten lezen bijvoorbeeld gewichten af op verpakkingen en wegen de verpakkingen op een weegschaal. Daarna noteren zij op een werkblad met concrete afbeeldingen van de verpakkingen het gewicht in grammen of kilogrammen. Hier worden de niveaus 1 en 2 van het Handelingsmodel met elkaar verbonden.
- *Context en visuele ondersteuning van een denkmodel.*
De studenten maken hun berekeningen met behulp van een denkmodel (bijvoorbeeld werken met breuken volgens het pizzamodel). Hier worden niveau 2 en 3 van het Handelingsmodel gekoppeld.
- *Context, denkmodel en formele bewerkingen (sommen).*
Hier worden drie niveaus van het Handelingsmodel gekoppeld: van informeel, via voorstellen, naar formeel.
- *Context en formele bewerkingen (sommen).*
Bij deze opdrachten oefenen de studenten het uitvoeren van berekeningen op basis van een context (ter ondersteuning), met behulp van tekeningen en denkmodellen (zie paragraaf 8.1.2, voorbeelden 8.1 en 8.2). Hier worden de niveaus 2, 3 en 4 van het Handelingsmodel gekoppeld.
- *Formele bewerkingen met ondersteuning van denkmodellen.*
Bijvoorbeeld berekeningen uitvoeren aan de hand van percentages in een cirkeldiagram of ongelijknamige breuken vergelijken aan de hand van het pizzamodel en verhoudingstabellen. Hier worden de niveaus 3 en 4 van het Handelingsmodel gekoppeld.
- *Formele bewerkingen waarbij de studenten zelf een context bedenken.*
Bijvoorbeeld het bedenken van een verdeelsituatie met behulp van het pizzamodel bij het gelijknamig maken van breuken. Hier worden de niveaus 4 en 3 of 2 van het Handelingsmodel gekoppeld.
- *Formele bewerkingen ('kale sommen', rijtjes, tafels).*
Bij deze opdrachten is het van belang sommen aan te bieden die onderling samenhangen en waarbij de student die samenhang kan ontdekken of direct ervan gebruik kan maken (niveau 4 van het Handelingsmodel).

Het oefenen kan samen (bijvoorbeeld met concrete materialen) of alleen gebeuren. Afwisseling tussen samen oefenen en alleen oefenen biedt mogelijkheden om elke student zoveel mogelijk binnen de groep te laten participeren. Bovendien is samen oefenen van belang voor het onder woorden leren brengen van ervaringen en aanpakken. Tijdens het zelf oefenen (zelfstandig werken) kan de student heel gericht werken aan eigen doelen. Ook goede software kan hierbij helpen.

Effectief oefenen leidt tot leerresultaten. Die effectiviteit is alleen mogelijk als de rekendocent duidelijke doelen voor ogen heeft. Vanuit categorie 1b vraagt dat ook om afstemming van de *instructie*,

de *oefenstof* en de *oefenvorm* op de doelen die de studenten in subgroepen moeten bereiken. De organisatie van effectief leren binnen de groep ligt bij de docent.

15.7 Reflectie

De rekendocent sluit elke rekenles af met een korte reflectie. Hierbij laat hij de studenten kort vertellen en noteren wat zij gedurende de les hebben geleerd en of de doelen zijn bereikt. Zij bespreken daarbij de goede leerervaringen en ook de knelpunten die zij hebben ervaren. *Was de lesstof begrijpelijk? Zijn er onderdelen die nog onvoldoende zijn besproken en geoefend?* De studenten geven dit op het doelstellingenblad aan (zie paragraaf 16.1). Reflectie mag niet verworden tot het routinematig plaatsen van kruisjes op een doelstellingenformulier. Mondelinge uitwisseling is in deze lesfase leidend.

Door te werken volgens bovenstaande aanwijzingen kunnen zowel de instructie als het oefenen voor alle studenten veel aan effectiviteit winnen. Het blijft belangrijk om de resultaten van de studenten regelmatig vast te leggen en hun ontwikkeling systematisch te evalueren.

15.8 Evaluatie

De docent evalueert op vaste momenten per jaar de voortgang van het leerproces van de studenten. Dit doet hij samen met de studietoestelcoach en eventueel de praktijkbegeleider. De studenten in begeleidingscategorie 1 kunnen afwisselend participeren in de hele groep en in subgroepjes. De docent houdt de ontwikkeling van iedere student zorgvuldig bij. Afhankelijk van de resultaten blijft een student in deze situatie en participeert ook in de generieke rekenlessen of hij gaat, bij aantoonbaar onvoldoende vorderingen, na een half jaar door naar begeleidingscategorie 2.

16 **Begeleidingscategorie 2**

Begeleiding in categorie 2 is voor studenten die ernstige rekenproblemen ervaren. Zij krijgen intensieve en deskundige begeleiding vanwege hun specifieke onderwijsbehoeften, met behulp van een individueel handelingsplan. Deze studenten worden binnen de generieke rekenlessen begeleid door de rekendocent en buiten de groep door de rekenspecialist.

T

6

16.1 De studenten in begeleidingscategorie 2

Begeleidingscategorie 2 is voor studenten bij wie specifieke onderwijsbehoeften zijn vastgesteld na een diagnostisch rekenonderzoek. Dit diagnostisch rekenonderzoek is uitgevoerd door de rekenspecialist, in zijn rol van onderzoeker. De rekenspecialist heeft zijn bevindingen vastgelegd in een verslag. Hierin beschrijft hij zijn analyse en de daarop gebaseerde conclusies. Deze bieden de positieve aanknopingspunten voor de verdere rekenontwikkeling. Verder gaat hij kort in op studenten- en omgevingskenmerken en geeft hij op basis van dit alles zijn handelingsadviezen.

De rekenspecialist stelt op basis van deze adviezen, in overleg met de rekendocent, een handelingsplan op. Hierin staan de doelen geformuleerd, die stuk voor stuk zijn vertaald in concrete en haalbare stappen. Hierbij kan het behalve om leerstofdoelen ook gaan om leerdoelen die te maken hebben met motivatie, zelfvertrouwen en inspanning.

Begeleidingscategorie 2 is ook bestemd voor studenten die vanuit categorie 3 naar categorie 2 zijn verwezen. Zij hebben duidelijke vooruitgang geboekt met de begeleiding die hen in deze categorie 3 is geboden. Zij lijken nu in staat zich verder te ontwikkelen onder de condities van categorie 2. Zij worden in categorie 2 begeleid met behulp van een individueel handelingsplan. Bij zo'n overstap zijn altijd de rekenspecialist en de studietoestel betrokken.

Het doel van de begeleiding in categorie 2 is studenten hun rekenproblemen te helpen overwinnen en hun rekenachterstanden weg te werken. Het perspectief blijft dat deze studenten het bij hun opleiding passende referentieniveau halen. In samenspraak met de studietoestel en de rekenspecialist stellen studenten in categorie 2 een eigen doelenlijst op. Deze leerdoelen zijn gebaseerd op hun handelingsplan. De studietoestel en de student houden ieder voor zich de vorderingen bij en bespreken die van tijd tot tijd met elkaar. Juist ook hier is het belangrijk dat deze studenten de doelen waaraan ze werken, als eigen en haalbaar ervaren.

16.2 Afstemming

De rekenspecialist biedt studenten in categorie 2 specifieke instructie op een ander moment dan tijdens de voor hun groep geplande rekenles. Waar mogelijk begeleidt hij studenten met vergelijkbare problemen als groepje. Daarnaast biedt de rekendocent deze studenten aanvullende instructie en extra oefentijd tijdens generieke rekenlessen.

De aanpakken die de rekenspecialist voor deze studenten kiest zijn gebaseerd op in het *Protocol ERWD3* gegeven handreikingen. Ook in categorie 2 gaat het om de toepassing van het Handelingsmodel, het Drieslagmodel, de vier Hoofdpijnen van het leren rekenen en de bijbehorende lijst met signalerings- en aandachtspunten. Deze handreikingen zijn gericht op de kenmerken van afstemming: signaleren (opmerken), gericht observeren, interveniëren (gericht op resultaat) en evalueren.

De rekenspecialist is vanuit zijn expertise vertrouwd met deze vormen van begeleiding en kan daardoor de rekendocent zo nodig ondersteunen. Het is in ieder geval van belang dat zij nauw samenwerken.

16.3 Resultaat van een diagnostisch rekenonderzoek

Een diagnostisch rekenonderzoek levert een verslag van de onderzoeker (de rekenspecialist) op. Het verslag bevat onder meer de volgende onderdelen:

- een beeld van wat de student kan, van wat hij zich al heeft eigen gemaakt op het gebied van rekenen en ook van wat een zinvolle volgende stap is in de zone van de naaste ontwikkeling;
- een beeld van de mate waarin het rekenen van de student stagneert;
- inzicht in de factoren die de verdere rekenontwikkeling zowel kunnen stimuleren en activeren, als belemmeren en zelfs blokkeren;
- informatie over de hulp waar de student van profiteert en over de aanpak die het rekenen van de student ondersteunt;
- een perspectief op langere termijn;
- handelingsadviezen op basis van de gemaakte analyse.

Het verslag van het diagnostisch rekenonderzoek wordt door de rekenspecialist in overleg met de rekendocent vertaald naar een handelingsplan voor de student. Dit handelingsplan bevat altijd de volgende componenten:

- doelen op lange en korte termijn (waartoe?);
- leerstofinhoud (wat?);
- leeractiviteiten (hoe?);
- uitvoering (wanneer en door wie?);
- evaluatie (doelen bereikt?).

Deze componenten komen hierna stuk voor stuk aan bod.

16.4 Doelen op lange en op korte termijn

De rekenspecialist bepaalt in overleg met de rekendocent welke doelen passend zijn voor de lange termijn en welke al haalbaar lijken op korte termijn.

• Doelen op lange termijn

De langetermijndoelen beschrijven de verwachte ontwikkelingslijn van de student op vakoverstijgende en vakspecifieke gebieden. Deze doelen beslaan een periode van een half jaar tot een jaar, soms langer.

- *Vakspecifieke langetermijndoelen* beschrijven in meer algemene termen de verwachte rekenontwikkeling van de student. Een perspectief op lange termijn voor vakspecifieke doelen is bijvoorbeeld *het vlot kunnen rekenen met de basisbewerkingen op papier en met de rekenmachine of inzicht hebben in (opbouw en samenhang van) het metriek stelsel*.
- *Vakoverstijgende langetermijndoelen* betreffen de totale ontwikkeling van de student. Hier kan bijvoorbeeld specifieke begeleiding worden gezet op de reductie van faalangst en op het bevorderen van zelfvertrouwen. Een voorbeeld van zo'n doel is: *de student weet zeker hoe hij dit type rekenopdrachten kan maken*.

- *Doelen op korte termijn*

- *Vakspecifieke kortetermijndoelen* zijn gericht op het verbeteren of het weer op gang brengen van het proces van het leren rekenen. De rekenspecialist formuleert daarom concrete leerdoelen die aansluiten bij wat de student al kan. Het gaat om afgebakende doelen die de student binnen een afzienbare periode kan bereiken en die getoetst kunnen worden. De leerdoelen worden zorgvuldig uitgelijnd als stappen op weg naar het langetermijndoel. De leerdoelen worden expliciet in verband gebracht met de vier Hoofdlijnen, de vier niveaus van het Handelingsmodel en/of de denkstappen in het Drieslagmodel (zie deel 2 en 3).
- *Vakoverstijgende kortetermijndoelen* zijn niet of nauwelijks te formuleren, aangezien vakoverstijgende doelen per definitie een langere periode vragen om gerealiseerd te kunnen worden. Ze vragen bovendien om een andere manier van bewijsvoering dan via een toets. Het gaat om relatief stabiele studentkenmerken die slechts heel geleidelijk veranderen en waarbij de nadruk vaak meer ligt op afleren dan op aanleren, zoals het reduceren van faalangst of het opbouwen van zelfvertrouwen in het omgaan met getallen.

Bij de vakspecifieke langetermijndoelen staat als voorbeeld: *De student kan vlot rekenen met de basisbewerkingen op papier en met de rekenmachine.* Op basis hiervan kan als doel op korte termijn worden geformuleerd: *de student kan getallen aanvullen tot 100.000.*

Bij de vakoverstijgende langetermijndoelen staat als voorbeeld: *faalangst reduceren.* Zo'n doel kan alleen bereikt worden als de student via de vakspecifieke kortetermijndoelen herhaaldelijk succeservaringen beleeft en die durft toe te schrijven aan eigen kunnen. Ook het vertrouwen in de docent vanuit een gevoel van verbondenheid (Deci & Ryan, 1985) kan bijdragen aan het reduceren van zijn faalangst.

Het laatste voorbeeld laat zien dat verschillende soorten doelen verband houden met elkaar. Door ze bewust te koppelen en op elkaar af te stemmen, kunnen docenten het rendement van een handelingsplan versterken. Zo'n mix van leerdoelen is daardoor zowel afgestemd op de brede ontwikkeling van de student (vakoverstijgend) als op zijn rekenontwikkeling (vakspecifiek).

16.5 Leerstofinhoud

De vakspecifieke kortetermijndoelen (leerdoelen) worden ingevuld met leerstof en de hierbij passende leeractiviteiten. De leerstofinhoud en de leeractiviteiten zijn samen het leer materiaal waarmee de student aan het werk gaat en waarop de begeleiding in categorie 2 is gericht. Deze leerstof is natuurlijk ook afgeleid van het programma van de betreffende opleiding en houdt rekening met het bijpassende referentieniveau.

De geformuleerde leerdoelen sluiten aan op het ontwikkelingsniveau van de student zoals dat in het diagnostisch rekenonderzoek in kaart is gebracht. Anders gezegd: de doelen van het handelingsplan sluiten aan bij wat de student al kan, weet en begrijpt. Deze doelen bepalen de keuze en de volgorde van de leerstofinhouden.

De leerstofinhouden voldoen aan de volgende kenmerken, zowel elk afzonderlijk als in samenhang:

- *De leerstof past binnen de vier Hoofdlijnen*

De keuze en de volgorde van de leerstofinhouden zijn beide in overeenstemming met de vier Hoofdlijnen. Dit zijn:

- Hoofdlijn 1: verder ontwikkelen van begripsvorming (conceptontwikkeling en het verlenen van betekenis aan (nieuwe) kennis en vaardigheden);
- Hoofdlijn 2: verder ontwikkelen en consolideren van oplossingsprocedures;
- Hoofdlijn 3: vlot leren rekenen en onderhouden;
- Hoofdlijn 4: flexibel toepassen en verdiepen van kennis en vaardigheden.

Wanneer de leerdoelen een nieuw onderwerp aansnijden, dan is de leerstof eerst gericht op Hoofdlijn 1. Indien de student de basisbegrippen al beheerst, kan vlot leren rekenen het doel zijn. In dit geval start de aanpak via Hoofdlijn 2, zodat de student de condities voor vlot rekenen (Hoofdlijn 3) van daaruit verder kan ontwikkelen.

- *De leerstof past bij de niveaus van het Handelingsmodel*

De keuze en de volgorde van de leerstofinhouden passen bij de vier handelingsniveaus:

- Handelingsniveau 1: informeel handelen in werkelijkheidssituaties;
- Handelingsniveau 2: voorstellen – concreet;
- Handelingsniveau 3: voorstellen – abstract;
- Handelingsniveau 4: formeel handelen.

Deze handelingsniveaus dienen om de koppeling te maken tussen wat een student al kan en wat hij gaat leren. Bij elk leerdoel wordt bepaald op welk handelingsniveau de student instapt. De rekendocent kiest de leerstof zo dat de student geleidelijk wordt uitgedaagd op een hoger niveau te werken tot het niveau van het leerdoel is bereikt.

- *De leerstof past bij de drie stappen van het Drieslagmodel*

De keuze en de volgorde van de leerstofinhouden passen bij het Drieslagmodel voor probleemoplossend handelen. Dit zijn de volgende drie stappen:

- 1 plannen (identificeren, analyseren, betekenis verlenen, voorkennis activeren, oplossingsprocedure bedenken, ...);
- 2 uitvoeren (berekening maken op het passende handelingsniveau);
- 3 reflecteren (nagaan of de stappen 1 en 2 op een effectieve manier tot het gewenste resultaat hebben geleid).

Doordat de docent daarmee in de keuze van de leerstofinhouden al rekening houdt, leert de student dit model systematisch toe te passen. Dit betekent dat, ongeacht de stap uit het Drieslagmodel die in de leerstof het accent krijgt, ook de andere twee stappen aan de orde komen. Hierbij is de studentenkaart van het Drieslagmodel inzetbaar als geheugensteun (afbeelding 11.8).

16.6 Leeractiviteiten

De rekendocent kiest in overleg met de rekenspecialist bij elk leerstofonderdeel de bijpassende leeractiviteiten. Bijpassend wil hier zeggen: ze passen bij het doel, de student wordt erdoor geactiveerd en ze veroorzaken dagelijks resultaat; tegelijk zijn de activiteiten ook praktisch uitvoerbaar. Bij de keuze van activiteiten houdt hij ook rekening met de vakoverstijgende langetermijndoelen. Door de vorm zorgvuldig af te stemmen op die doelen stelt hij de student in staat ook daarin te groeien. De rekenspecialist bespreekt ook met de praktijkbegeleider de mogelijkheden om in de bpv te werken aan de korte- en langetermijndoelen. Om leeractiviteiten op gang te brengen gebruikt de rekendocent in het kader van het handelingsplan passende vormen van instructie, zoals beschreven in hoofdstuk 15.

Een goed afgestemde instructie is met name van belang bij het verder ontwikkelen van begripsvorming (Hoofddlijn 1) en bij het verder ontwikkelen en consolideren van oplossingsprocedures (Hoofddlijn 2). Gericht oefenen is noodzaak voor een resultaatgerichte begeleiding (Hoofddlijn 3). Flexibel toepassen is steeds van belang om het geleerde ook buiten de rekenles te kunnen gebruiken (Hoofddlijn 4). Zie daarvoor deel 2.

Deze opbouw van de begeleiding waarin de leerdoelen, de leerstofinhouden en de leeractiviteiten naadloos op elkaar aansluiten, is kenmerkend voor een werkend handelingsplan.

16.7 Uitvoering (planning en organisatie)

De *rekenspecialist* geeft, in overleg met de studietoetscoach, in het onderdeel 'planning en organisatie' van het handelingsplan aan wie verantwoordelijk is voor welk onderdeel van het plan. Het plan geeft antwoord op vragen als: *Wie doet wat? Wanneer? Hoe intensief?*

Wie doet wat?

De rolverdeling binnen de begeleiding en ondersteuning staat beschreven in hoofdstuk 14.

In sommige situaties kan in overleg met de student en zijn ouders/verzorgers nog extra begeleiding worden georganiseerd, zoals extra remedial teaching buiten de schooluren of specifieke faalangsttraining. Met het oog op de effectiviteit verdient het aanbeveling dit goed af te stemmen met wat al in de opleiding gebeurt.

Wanneer?

De rekenspecialist plant in overleg met de betrokken rekendocent en zo mogelijk ook de praktijkbegeleider begeleidingsactiviteiten voor de komende les- en/of bpv-periode. Aan het eind van elke lesperiode plant hij een bijeenkomst voor tussentijdse evaluatie. Alle activiteiten staan overzichtelijk vermeld in het handelingsplan. Hier staan ook de bij elke activiteit betrokken personen genoemd. De geplande extra begeleiding door de rekenspecialist wordt bij voorkeur zoveel mogelijk binnen de schooltijden ingeroosterd.

Hoe intensief?

Als vuistregel geldt dat studenten in begeleidingscategorie 2 per week minimaal één uur extra individuele begeleiding krijgen van een rekenspecialist. Dit komt bovenop de les door de rekendocent. Daarin biedt de rekendocent deze studenten extra ondersteuning bij het oefenen en geeft eventueel aanvullende instructie.

16.8 Evaluatie van het individuele handelingsplan

Onderdeel van de begeleiding zijn regelmatige en geplande evaluaties. De nadruk op 'geplande' is om te voorkomen dat het evaluatiemoment afhangt van toevalligheden of incidenten. Het is van belang nadrukkelijk ook de student in de evaluatie een rol te geven. Bovendien verdient het aanbeveling niet alleen naar toetsresultaten en prestaties te kijken bij de vraag of er vooruitgang is, maar ook naar de totale ontwikkeling van de student.

Met het oog op de continuïteit is een goede verslaglegging onontbeerlijk. Na elke activiteit doet de rekendocent of de studietoetscoach kort verslag in het studentvolgsysteem. Hij geeft aan of het doel van de activiteit is bereikt en noteert eventuele opmerkingen en aandachtspunten over de manier waarop het resultaat tot stand is gekomen en de emotie die dit bij de student heeft opgeroepen.

16.9 Vervolgstappen na de begeleiding in categorie 2

Als een student zo aantoonbaar vooruitgaat in begeleidingscategorie 2 dat de rekenproblemen niet meer 'ernstig' te noemen zijn, gaat hij terug naar begeleidingscategorie 1 en sluit hij aan bij de reguliere groep. Bij aantoonbaar geringe of geen vooruitgang na een half jaar intensieve begeleiding gaat de student naar categorie 3. Soms kan de opleiding overwegingen hebben een student nog enige tijd in begeleidingscategorie 2 te handhaven. Criterium is dan altijd of hierdoor de optimale begeleiding geboden kan worden en dat de student hierdoor voldoende stimulans krijgt om eigen doelen na te streven.

17 **Begeleidingscategorie 3**

Begeleiding in categorie 3 is voor studenten die ernstige en hardnekkige rekenproblemen ervaren of voor studenten met dyscalculie. Vanwege hun specifieke onderwijsbehoeften krijgen zij structureel intensieve begeleiding, volgens een daartoe opgesteld handelingsplan. Deze studenten worden buiten de groep begeleid door de rekenspecialist en zo mogelijk binnen de groep door de rekendocent.



17.1 De studenten in begeleidingscategorie 3

Begeleidingscategorie 3 betreft de volgende studenten:

- 1 Studenten met een dyscalculieverklaring.
- 2 Andere studenten bij wie (om allerlei redenen) eveneens nauwelijks of geen vooruitgang kan worden geconstateerd ondanks intensieve begeleiding.

De begeleiding in categorie 3 is beduidend intensiever en iets anders opgezet dan in categorie 2. De aanpak en de structuur van de begeleiding is voor beide categorieën overeenkomstig wat in hoofdstuk 16 staat beschreven. In onderstaande tabel zetten wij de verschillen op een rij. Verder gaan wij in dit hoofdstuk met name in op die verschillen ten opzichte van categorie 2.

Verschillen tussen begeleidingscategorie 2 en 3	
Begeleidingscategorie 2	Begeleidingscategorie 3
<ul style="list-style-type: none"> • student ervaart ernstige rekenproblemen 	<ul style="list-style-type: none"> • student ervaart ernstige en hardnekkige rekenproblemen (eventueel dyscalculie)
<ul style="list-style-type: none"> • student heeft specifieke onderwijsbehoeften 	<ul style="list-style-type: none"> • student heeft zeer specifieke onderwijsbehoeften
<ul style="list-style-type: none"> • rekenspecialist verricht diagnostisch rekenonderzoek 	<ul style="list-style-type: none"> • diagnosticus verricht psychodiagnostisch onderzoek
<ul style="list-style-type: none"> • handelingsadviezen met gerichte aandacht voor rekenproblematiek en enige aandacht voor condities waaronder leren succesvol is (directe factoren) 	<ul style="list-style-type: none"> • handelingsadviezen met gerichte aandacht voor condities waaronder leren succesvol is (ook indirecte factoren) en aandacht voor specifieke rekenproblematiek
<ul style="list-style-type: none"> • rekenspecialist stelt een individueel handelingsplan op 	<ul style="list-style-type: none"> • rekenspecialist stelt een individueel handelingsplan op, aangevuld met handelingsadviezen voor in de groep, vanwege de condities die uit het onderzoek noodzakelijk zijn gebleken
<ul style="list-style-type: none"> • leerdoelen, -inhouden, -activiteiten op basis van diagnostisch rekenonderzoek 	<ul style="list-style-type: none"> • leerdoelen, -inhouden, -activiteiten op basis van diagnostisch rekenonderzoek én psychodiagnostisch onderzoek
<ul style="list-style-type: none"> • begeleiding buiten en binnen de rekenles 	<ul style="list-style-type: none"> • begeleiding grotendeels buiten de rekenles, waar mogelijk ook activiteiten binnen de rekenles
<ul style="list-style-type: none"> • begeleiding is intensief en specifiek, zo lang als nodig 	<ul style="list-style-type: none"> • begeleiding is zeer intensief en specifiek, zo lang als nodig of zelfs blijvend
<ul style="list-style-type: none"> • doel is rekenproblemen overwinnen en rekenachterstanden wegwerken, reeds verworven inzichten, kennis en vaardigheden onderhouden 	<ul style="list-style-type: none"> • doel is rekenkennis en rekenvaardigheid verder uitbreiden en rekenproblemen zoveel mogelijk overwinnen, al verworven inzichten, kennis en vaardigheden onderhouden
<ul style="list-style-type: none"> • doel is ook emotionele blokkades voorkomen 	<ul style="list-style-type: none"> • doel is ook emotionele blokkades voorkomen of verminderen
<ul style="list-style-type: none"> • rekenspecialist initieert de evaluatie van de begeleiding na een half jaar 	<ul style="list-style-type: none"> • diagnosticus initieert de evaluatie van de begeleiding na een half jaar

Afbeelding 17.1 Verschillen tussen begeleidingscategorie 2 en 3

17.2 Het belang van psychodiagnostisch onderzoek

Het doel van de begeleiding in categorie 3 is de student optimaal kansen te bieden zijn rekenkennis en rekenvaardigheid verder uit te breiden en zijn rekenproblemen zoveel mogelijk te overwinnen. Het uiteindelijke streven in begeleidingscategorie 3 blijft het bereiken van minimaal het referentieniveau dat hoort bij de opleiding. Het resultaat op de bijbehorende centrale rekenexamens is immers medebepalend voor het behalen van het diploma.

De afstemming in categorie 3 lukt alleen als duidelijk is wat de specifieke onderwijsbehoeften van de student zijn. Naast een diagnostisch rekenonderzoek levert een psychodiagnostisch onderzoek daarvoor informatie op. Bij mbo-studenten is het niet goed mogelijk onderscheid te maken tussen de invloed van studentkenmerken en die van omgevingskenmerken als oorzaak van de rekenproblemen. Een diagnose 'dyscalculie' in het mbo is daardoor niet meer valide. Een psychodiagnostisch onderzoek kan in het mbo wel zinvolle informatie opleveren over de aanpak van de begeleiding.

In aanvulling op het diagnostisch rekenonderzoek, dat de actuele rekeninzichten en vaardigheden van een student in kaart brengt, is het psychodiagnostisch onderzoek meer gericht op achtergronden en oorzaken van de rekenproblematiek (zie voor voorbeelden paragraaf 17.3). Het onderzoek omvat veelal ook een IQ-bepaling. Een extra aandachtspunt bij zo'n onderzoek is comorbiditeit. Dit is het vóórkomen van bijvoorbeeld dyslexie naast dyscalculie of dyscalculie naast faalangst. Zo'n onderzoek wordt uitgevoerd door een *geregistreerd gedragswetenschapper in de rol van diagnosticus*. Het is van belang dat deze diagnosticus vertrouwd is met rekenonderwijs en met de huidige reken-didactiek. Dat kan als hij zelf gespecialiseerd is in rekenen of als hij gewend is nauw samen te werken met een rekenspecialist. Pas dan kan het handelingsadvies vanuit een psychodiagnostisch onderzoek handelingsgericht en toepasbaar zijn in de praktijk en de opleiding.

Op basis van de resultaten van het onderzoek stelt de diagnosticus een verslag op met relevante informatie voor de begeleiding van de student. Hij gaat in op algemene en vakspecifieke studentkenmerken en de condities die de ontwikkeling van het rekenen bevorderen of belemmeringen tegengaan. Hij geeft richtlijnen voor specifieke begeleiding en doelen die op lange termijn haalbaar lijken. Hij geeft aan welke studentkenmerken de komende periode aandacht vragen. Hij geeft handelingsadviezen die ingaan op de wijze waarop de opleiding hieraan aandacht kan schenken.

17.3 Adviezen vanuit het psychodiagnostisch onderzoek

Bij *vakoverstijgende aspecten* beschrijft de diagnosticus specifieke studentkenmerken die van invloed zijn op de totale ontwikkeling van de student. De studentkenmerken die een positieve invloed op het leren rekenen hebben, bieden aanknopingspunten voor verdere ontwikkeling. Daarom dienen deze gestimuleerd te worden. De studentkenmerken die een negatieve invloed op de ontwikkeling kunnen hebben vragen juist om een omzichtiger aanpak. Het verslag kan dan aanbevelingen doen die moeten voorkomen dat de student in situaties komt waar deze kenmerken de overhand krijgen. Daarnaast kan de diagnosticus aangeven hoe de student kan leren omgaan met zulke situaties. Hierbij kan men denken aan situaties waarin de student zich belemmerd voelt om de geleerde aanpak van opdrachten uit te voeren vanwege de vergelijking met andere studenten of de overtuiging van het eigen falen.

Een ander vakoverstijgend studentkenmerk is het werkgeheugen. Bij het automatiseren en memoriseren van kennis en vaardigheden speelt het werkgeheugen een belangrijke rol. Als uit het onderzoek problemen met het werkgeheugen naar voren zijn gekomen kan de diagnosticus in zijn verslag advies geven hoe hiermee om te gaan. Zo kan hij richtlijnen geven voor een vorm van training, waarin zowel het ontlasten als juist het belasten van het werkgeheugen worden geoefend. Daarnaast zal een diagnosticus in zo'n geval ook aangeven welke condities in de les de concentratie kunnen bevorderen, zoals bijvoorbeeld het beperken van het aantal opgaven. Verder zal een diagnosticus aanbevelen om bij deze studenten overbelasting van het werkgeheugen te voorkomen door de complexiteit van de opgaven te beperken. Dat kan bijvoorbeeld door tussenstappen aan te geven. Als dit helpt, kan de complexiteit van opdrachten worden opgevoerd. De mogelijkheden om hierin te ontwikkelen zijn mede afhankelijk van de leerbaarheid van de student.

Het rendement van oefeningen met het werkgeheugen wordt vergroot wanneer deze aandacht schenken aan het langetermijngeheugen. Het gaat dan om oefeningen die bepaalde functies versterken, zoals het opslaan van informatie en het vervolgens weer kunnen oproepen uit het langetermijngeheugen. Dit kan door het stimuleren van associatieve netwerken. Hierdoor leert de student informatie in samenhang en geordend op te slaan. Dit vergemakkelijkt vervolgens het weer oproepen van informatie uit het geheugen. De docent zou kunnen starten met alle studenten actief hun voorkennis te laten ophalen (met een vraag als *Weet je nog...?*). Hierdoor oefenen studenten in geordend terugzoeken in hun geheugen. Denkmodellen kunnen een belangrijke schakel zijn in het bouwen van associatieve netwerken, bijvoorbeeld het strookmodel bij het leren van de samenhang tussen breuken, decimale getallen en procenten.

Het gebruik van zulke modellen veronderstelt een goed ontwikkeld visueel voorstellingsvermogen. Als een student daarin zwak is, kan hij wellicht moeilijker tot schematiseren komen. Denkmodellen dragen dan weinig bij aan het ontwikkelen van inzicht. Het advies kan dan zijn om bij het oefenen bewust gebruik te maken van het Handelingsmodel. Daarmee kan de koppeling tussen verbaliseren en visualiseren worden onderzocht en versterkt.

Het ontwikkelen van het strategisch denken en handelen en het nemen van beslissingen is bij het onderzoek meestal ook een aandachtspunt. Om studenten daarvan bewust te maken kan de diagnosticus aanbevelen om spellen in te zetten waarin het resultaat niet afhankelijk is van dobbelstenen. De student moet dan namelijk zelf beslissingen nemen en kan zich niet verschuilen achter 'het lot'. Voorbeelden van zulke spellen zijn: dammen, schaken, Vier-op-een-rij en allerlei goede computerspellen die het strategisch denken bevorderen. Dergelijke computerspellen hebben als bijkomend voordeel dat ze de concentratie bevorderen.

De diagnosticus geeft ook advies met betrekking tot de meer algemene competenties van de student. Hierbij kan hij ook buitenschoolse activiteiten betrekken in zijn advies, zoals deelnemen aan bepaalde sporten.

Vakspecifieke aspecten betreffen informatie die direct het leren rekenen beïnvloedt. De handelingsadviezen hebben betrekking op onder meer instructie, oefenen, automatiseren en memoriseren van oplossingsprocedures en rekenfeiten. Deze vakspecifieke studentkenmerken zijn voor een groot deel al onderzocht door de rekenspecialist tijdens het diagnostisch rekenonderzoek. De begeleiding in categorie 3 bouwt voort op het individuele handelingsplan voor de student in categorie 2. In combinatie met de informatie vanuit het psychodiagnostische onderzoek, zoals bijvoorbeeld over het werkgeheugen, leiden al deze gegevens tot een onderwijsaanbod dat nog specifiek kan worden afgestemd op de onderwijsbehoeften van de student.

17.4 Het individuele handelingsplan

De ondersteuning in de tweedelijl vertaalt het verslag van het diagnostisch rekenonderzoek en de handelingsadviezen vanuit het psychodiagnostisch onderzoek naar een individueel handelingsplan voor de student. De *rekenspecialist* neemt hierbij het voortouw en overlegt met het ondersteuningsteam en zo nodig met de diagnosticus. Elk handelingsplan bevat ook voor begeleidingscategorie 3 de volgende componenten:

- doelen op lange en op korte termijn (waartoe?);
- leerstofinhouden (wat?);
- leeractiviteiten (hoe?);
- uitvoering (wanneer en door wie?);
- evaluatie (doelen bereikt?).

Deze componenten zijn besproken in hoofdstuk 16. De rekenspecialist koppelt het handelingsadvies van de diagnosticus aan het al eerder opgestelde handelingsplan voor rekenen vanuit begeleidingscategorie 2. Alle overwegingen worden opnieuw tegen het licht gehouden op basis van de nieuwe handelingsadviezen. Het bestaande plan wordt hiermee geactualiseerd of er wordt een nieuw plan opgesteld. De leerdoelen, de leerstofinhouden en de leeractiviteiten worden op maat gemaakt voor deze student en met de student besproken.

17.5 Evaluatie van begeleidingscategorie 3

Bij de evaluatie is de vraag of er sprake blijft van 'hardnekkigheid' van de ernstige rekenproblemen. Heeft de begeleiding effect gehad of niet?

Is de student (ook) met andere aandachtspunten in categorie 3 geplaatst, dan zal ook daarover evaluatie plaatsvinden. Dan is de vraag of de vooruitgang groot genoeg is om te mogen verwachten dat voortzetting van de begeleiding binnen categorie 2 voldoende ontwikkelingsperspectief biedt. In dit geval gaat de begeleiding verder vanuit categorie 2. In alle andere gevallen zal de structurele en intensieve begeleiding in categorie 3 worden voortgezet, al dan niet met een bijgesteld handelingsplan. Dit is afhankelijk van de uitkomst van de evaluatie.

17.6 Vervolgactiviteiten

Een student die in begeleidingscategorie 3 blijft, krijgt structurele intensieve individuele begeleiding gedurende zijn hele verdere schoolloopbaan in het mbo. De rekenspecialist, de rekendocent, de praktijkbegeleider en de studiecoach volgen de ontwikkeling van de student. Zij zullen blijven zoeken naar ingangen die de betreffende studenten in staat stellen vooruitgang te boeken, misschien slechts op bepaalde deelgebieden van rekenen. Hierbij moet met name worden gedacht aan het inzetten van andere vakken als context voor rekenen. Een voor de student interessant vak of een vak dat sterk hoort bij zijn geambieerde beroepsperspectief kan contexten leveren waarbij hij zich mentale voorstellingen kan maken. Dit kan helpen getallen een herkenbare betekenis te geven en bovendien motiveren om zich extra in te spannen.

Deel 5

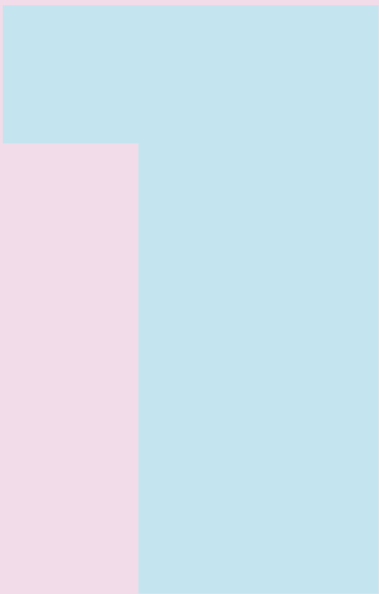
Onderzoek

18 Diagnostiek in begeleidingscategorie 2 (diagnostisch rekenonderzoek)

19 Diagnostiek in begeleidingscategorie 3 (psychodiagnostisch onderzoek)

18 **Diagnostiek in begeleidingscategorie 2 (diagnostisch rekenonderzoek)**

Het diagnostisch rekenonderzoek vindt plaats bij een student bij wie het vermoeden bestaat van ernstige rekenproblemen. Dit onderzoek is bedoeld om het 'repertoire' (inzicht, kennis en vaardigheden op het gebied van rekenen) van de student in kaart te brengen. De onderzoeksvraag, met daarbij specifieke aandachtspunten, stemt de onderzoeker af op het veronderstelde niveau van de student. De kwaliteit van het onderzoek neemt toe naarmate de onderzoeker meer verfijnde kennis heeft van leerstoflijnen en didactiek. Belangrijk is daarbij dat de onderzoeker openstaat voor en nieuwsgierig is naar eigen oplossingsvarianten en de (subjectieve) concepten van de student, ook al zijn die niet of maar ten dele correct.



18.1 Welke student komt in aanmerking?

Een student komt in aanmerking voor een diagnostisch rekenonderzoek zodra hij doorverwezen is van begeleidingscategorie 1 naar begeleidingscategorie 2. De afstemming van het onderwijsaanbod op zijn onderwijsbehoeften in begeleidingscategorie 1 heeft niet het gewenste effect gehad op zijn rekenontwikkeling. Bij deze student bestaat het vermoeden van ernstige rekenproblemen.

De begeleiding in categorie 2 start met een diagnostisch rekenonderzoek. De opleiding brengt natuurlijk de student (en eventueel) de ouders/verzorgers op de hoogte van het rekenonderzoek. Het diagnostisch rekenonderzoek wordt uitgevoerd door de rekenspecialist in de rol van onderzoeker. In dit hoofdstuk spreken wij verder van 'de onderzoeker' en van 'het rekenonderzoek'.

18.2 Het rekenonderzoek

Het rekenonderzoek is een onderzoek naar het repertoire van de student op het gebied van rekenen: welke inzichten, kennis en vaardigheden heeft hij inmiddels en waar liggen de grenzen daarvan? Een diagnostisch gesprek met de student vormt de kern van het onderzoek. Soms zijn meerdere gesprekken met de student nodig om dat repertoire in kaart te brengen. Een rekenonderzoek is per definitie niet gestandaardiseerd, maar adaptief, inspeland op wat de student weet, doet en zegt.

De onderzoeker voert dit gesprek wel in een min of meer formele setting en niet 'even tussendoor'. Het resultaat heeft immers onmiddellijke consequenties voor de inrichting van het onderwijs.

Een rekenonderzoek wordt uitgevoerd als er een duidelijke hulpvraag aan de orde is. Deze kan zich voordoen als een of meer van de volgende situaties zijn ontstaan. De student:

- maakt onvoldoende vorderingen in begeleidingscategorie 1, wat blijkt uit onder andere observatie- en toetsresultaten;
- profiteert onvoldoende van het geboden onderwijs;
- blijft achter ten opzichte van het (referentie)niveau dat van de student mag worden verwacht;
- is weinig actief met rekenen, voelt zich weinig competent;
- reageert faalangstig of blokkeert tijdens de rekenles of rekenactiviteiten bij andere vakken.

Tijdens het rekenonderzoek gaat hij ook na welke directe invloed specifieke omgevingskenmerken (zoals de onderwijskenmerken en de leefsituatie van de student) hebben en welke studentkenmerken zijn leerproces beïnvloeden. De onderzoeker interpreteert en bespreekt de resultaten van het onderzoek met de student, de studiecoach, de gedragsdeskundige en eventueel de ouders/verzorgers.

Er kunnen hulpvragen ter tafel komen die de competentie en/of de bevoegdheid van de onderzoeker te boven gaan. In dit geval wordt de student doorverwezen naar begeleidingscategorie 3 (zie hoofdstuk 19).

18.3 Kenmerken van de diagnostiek bij het rekenonderzoek

Wij spreken van diagnostiek als het gaat om:

- een geplande interventie,
- met een duidelijke vraagstelling,
- in een systematisch gesprek met de student,
- waarbij geldt dat een interpretatie pas waar is als de student het heeft laten zien of heeft verteld,
- aan de hand van een weloverwogen selectie van rekenopdrachten en
- met de bedoeling beter te begrijpen hoe de student denkt en rekent.

De diagnostiek bij het rekenonderzoek vereist dat zij wordt uitgevoerd door een onderzoeker met ervaring in het voeren van diagnostische gesprekken. Hij heeft zowel pedagogische en rekendidactische als diagnostische kennis en vaardigheden. Dit betekent dat hij:

- in staat is een onderzoekssituatie te creëren waarin vertrouwen, veiligheid en gelijkwaardigheid gevoeld worden;
- vakdidactisch en vakinhoudelijk flexibel met de rekenstof kan omgaan. Dit blijkt uit:
 - zijn kennis van de leerstoflijnen van rekenen;
 - zijn techniek van vragen stellen;
 - vakoverstijgende rekenkennis en kennis van de vier Hoofdlijnen van het rekenen (zie deel 2);
 - de souplesse waarmee hij vanuit deze kennis inspeelt op wat de student zegt of doet;
 - de manier waarop hij de niveaus van handelen uit het Handelingsmodel hanteert (zie deel 3);
 - de techniek van vragen stellen die hoort bij de stappen van het Drieslagmodel voor probleemoplossend handelen (zie deel 3);
 - de preventieve maatregelen die hij neemt en de interventies die hij toepast;
- (naar inhoud en handelingsniveau) passende opdrachten kan selecteren en/of formuleren voor het onderzoek van juist deze student;
- studentkenmerken kan waarnemen, analyseren en beïnvloeden;
- op omgevingskenmerken kan inspelen;
- professionele afstand weet te bewaren en zich niet laat leiden door eigen emoties ten opzichte van de student.

De onderzoeker werkt volgens het model van handelingsgerichte diagnostiek (HGD) (Pameijer & Van Beukering, 2004).

KERN Kenmerken van HGD

Het praktijkmodel handelingsgerichte diagnostiek (HGD) beschrijft een systematisch proces van besluitvorming. De diagnosticus onderkent en analyseert onderwijsleerproblemen en zoekt naar mogelijke verklaringen. HGD richt zich op relevante factoren van de student, de onderwijsleer- en leefsituatie die hetzij risico's opleveren, hetzij juist beschermen tegen risico's. HGD start bij de hulpvraag van opleiding en student (en eventueel ouders/verzorgers). De diagnosticus werkt doelgericht samen met hen. HGD resulteert in een verantwoord en bruikbaar advies. De advisering is afgestemd op optimale ontwikkelingskansen voor de student.

KERN

Uitgangspunten:

- HGD verloopt volgens systematische procedures;
- HGD is gericht op advisering;
- HGD hanteert een transactioneel¹ denkkader;
- HGD acht samenwerken met opleiding en student (en eventueel ouders/verzorgers) cruciaal;
- HGD besteedt aandacht aan positieve kenmerken.

HGD verloopt systematisch (eventueel cyclisch) in fasen:

1. intake;
2. strategie;
3. onderzoek;
4. indicering;
5. advisering.

Vrij naar Pameijer en Van Beukering (2004).

Met de volgende onderzoekstechnieken (zie Van Eerde, 1996) gaat de onderzoeker de uitvoering van de daarachter genoemde taken na:

- *Observeren.* De onderzoeker let op zowel verbale als non-verbale aanwijzingen. Welke rekenopdrachten (her)kent de student meteen? Zijn er aanwijzingen dat hij nog snelle tussenstappen maakt? Zijn er signalen van (snel) tellen?
- *Doorvragen.* De onderzoeker gaat niet alleen af op één voorbeeld rekenopdracht, maar checkt of er sprake is van een systematische aanpak of denkwijze. Welke basisautomatismen begrijpt en beheerst de student?
- *Structureren van de opgaven.* De onderzoeker helpt door tussenstappen te bieden en daarmee het werkgeheugen te ondersteunen (laten noteren van tussenantwoorden), de opdracht passend af te beelden (laten tekenen) en het aanreiken en laten uitproberen van passende oplossingsprocedures.
- *Variëren van de opgaven (vorm en handelingsniveau) en onderzoeken van de voorgaande stap.* Als de student de opdrachten niet goed uitvoert, gaat de onderzoeker na op welk niveau de student de opdracht wel kan oplossen, of hij begrijpt wat hij doet en of hij de formele notatie begrijpt. De onderzoeker varieert met behulp van de niveaus uit het Handelingsmodel.
- *Spiegelen.* Als de student niet of moeizaam kan vertellen wat hij doet, verwoordt de onderzoeker de handelingen die hij heeft gezien bij de student. Door de taal van de student te spreken en te herhalen wat de student zegt, kan de onderzoeker de student bewust maken van de huidige en gewenste aanpak.

¹ In de transactionele benadering staat de wisselwerking tussen de student en zijn omgeving centraal, waarbij de student en omgeving veranderen als gevolg van de interactie (handelingen die in een spiraal van actie en reactie op elkaar volgen).

De onderzoeker werkt aan de hand van de volgende stappen, waarbij het uitgangspunt is dat de student zich bevindt in begeleidingscategorie 2:

- 1 Hij zorgt voor duidelijkheid over welke hulpvragen aan de orde zijn.
- 2 Hij vormt zich een beeld van de rekenontwikkeling, de rekenkennis en -vaardigheden van de student.
- 3 Hij formuleert samen met de student het doel van het onderzoek en de onderzoeksvraag. Hij bespreekt deze met de rekendocent (omdat deze bij de uitvoering van de begeleiding is betrokken).
- 4 Hij sluit aan bij de rekenkennis en -vaardigheden die de student al beheerst. De onderzoeker richt zich primair op wat de student al kan. Hij maakt hierbij gebruik van de vier Hoofdpijnen en van zijn kennis over leerstoflijnen.
- 5 Hij voert het onderzoek uit in de vorm van een diagnostisch gesprek met de student. De onderzoeker zorgt dat hij zich verplaatst in het denken en handelen van de student. Hij 'kruipt in de huid van de student', maar interpreteert niet zonder check bij de student.
- 6 Hij probeert uit tot hoever de student kan komen. Daarbij maakt de onderzoeker gebruik van de verschillende handelingsniveaus.
- 7 Hij onderzoekt het gehele proces van het oplossen van een rekenopdracht aan de hand van de drie stappen van het Drieslagmodel: plannen, uitvoeren en reflecteren.
- 8 Hij beschrijft welke student- en omgevingskenmerken in de loop van het onderzoek duidelijk zijn geworden.
- 9 Hij trekt conclusies die antwoord geven op de onderzoeksvraag.
- 10 Hij geeft onder meer passende en haalbare handelingsadviezen op basis van de conclusies en ervaringen vanuit het onderzoek.
- 11 Hij legt de bevindingen en adviezen vast in een verslag.
- 12 Hij bespreekt dit met de student en eventueel met de ouders/verzorgers.

In de volgende paragrafen wordt een aantal van deze stappen verder toegelicht.

18.4 Doel van het rekenonderzoek en de onderzoeksvraag

De onderzoeker begint met 'inlezen' om zich een beeld te vormen van de rekenontwikkeling van de student. Hij analyseert opgeleverd werk van de student, gegevens uit observaties in korte reken-gesprekken in de groep, bevindingen tijdens studentbesprekingen en informatie over het werken in de verschillende vakken. In zijn analyse betreft hij de hulpvragen die leven bij alle betrokkenen. Dit zijn de rekendocent, de beroepsgerichte vakdocenten, zichzelf als onderzoeker, de student en eventueel de ouders/verzorgers. Ook analyseert hij de informatie van de voortgangstoetsen en gegevens uit het (digitale) studentdossier, waaronder ervaringen van eerdere hulp.

Door zijn analyse heeft de onderzoeker zich een beeld gevormd van wat de student kan en waar het vastloopt. Hij heeft dit inzicht nodig om het diagnostisch gesprek voor te bereiden en te bepalen wat passende opdrachten op verschillende handelingsniveaus zouden kunnen zijn. De onderzoeker bespreekt met de student het doel van het onderzoek en formuleert een onderzoeksvraag. De vier Hoofdpijnen (deel 2) kunnen als handvat dienen om de onderzoeksvraag te formuleren.

De onderzoeker bespreekt het doel van het rekenonderzoek en de onderzoeksvraag met de studie-coach en de student (en eventueel de ouders/verzorgers).

18.5 Inhoud van het rekenonderzoek

Vervolgens stelt de onderzoeker op basis van de onderzoeksvraag een set rekenopdrachten samen. Hiervoor gebruikt hij opdrachten uit de rekenmethode (van de mbo-opleiding) of juist uit ander materiaal. Zo nodig maakt de onderzoeker de opdrachten zelf. In zijn selectie komen altijd de domeinen getallen, verhoudingen, meten en meetkunde (metriek stelsel en klokkijken) voor. De onderzoeker houdt bij zijn selectie rekening met de verschillende handelingsniveaus.

Afhankelijk van de beschikbare tijd kiest de onderzoeker voor enkele specifieke opdrachten, afgestemd op het veronderstelde niveau van de student. Het is aan te bevelen een diagnostisch gesprek nooit langer dan een uur te laten duren. Is meer tijd nodig, dan moeten meer zittingen worden gepland.

De onderzoeker zorgt ervoor dat een deel van de rekenopdrachten passen bij het rekenniveau van de student, zoals dat uit het dossieronderzoek en de hulpvraag blijkt. Een ander deel maakt hij iets moeilijker, zodat dit aansluit bij de zone van de naaste ontwikkeling van de student. Aan de hand van deze opdrachten kan de student goed laten zien wat hij al zelf kan en wat hij kan met wat hulp. Dit laatste is dan de stof waar hij aan toe is. Het is van belang dat de onderzoeker hiervoor geschikte opdrachten kiest. Opdrachten die te moeilijk zijn, leveren te weinig informatie over rekenen op maar veroorzaken wel ongewenste bijeffecten. Overvragen leidt al snel tot gebrek aan concentratie, een overbelast werkgeheugen en afnemende motivatie.

De onderzoeker selecteert zowel formele opdrachten (sommen) als functionele opdrachten (contexten). Met de formele opdrachten kan hij onderzoeken in hoeverre er in de verschillende domeinen sprake is van 'vlot rekenen' (Hoofdpijn 3). Hierdoor kan hij een beeld krijgen van de mate waarin de student oplossingsprocedures kent en begrijpt en deze flexibel kan toepassen. Ook de onderliggende concepten komen zo aan het licht.

De functionele opdrachten leveren vooral een beeld op van het *probleemoplossend handelen*. De onderzoeker gaat na hoe de student de drie stappen voor het probleemoplossend handelen (volgens het Drieslagmodel) aanpakt.

18.6 Pedagogische aspecten van een diagnostisch gesprek

De start en de afsluiting van het gesprek doen vooral een beroep op de pedagogische competenties van de onderzoeker.

De onderzoeker probeert een sfeer te creëren waarin de student en hijzelf zich bereid verklaren een open gesprek met elkaar aan te gaan. Binnen de (formele) setting van een diagnostisch gesprek is geen sprake van gelijkwaardigheid tussen student en onderzoeker. Toch is het van belang dat er een open sfeer ontstaat, waardoor de student 'zich laat zien'. Het moet de student vanaf de start (en eigenlijk al daarvoor) duidelijk zijn dat het geen toets is. Antwoorden kunnen niet 'fout' zijn, als ze maar echt weergeven hoe de student denkt en handelt. Dat vergt deskundig geregisseerde interactie. Dit begint al bij de start van het gesprek. De onderzoeker herinnert aan de bedoeling van en de aanleiding tot dit gesprek en hij vraagt hoe de student hierover denkt. Hij formuleert met de student de verwachtingen en de doelen van het gesprek.

De onderzoeker is bekwaam om de student op zijn gemak te stellen en het gesprek zodanig te sturen dat de doelstelling bereikt kan worden. Hij zorgt voor een sfeer van veiligheid en vertrouwen tijdens het gesprek, zodat de student zich betrokken kan voelen. Hij zorgt voor emotionele ondersteuning in het contact met de student. Hij toont zichzelf ook betrokken en nieuwsgierig naar de antwoorden, maar bewaart tegelijk professionele afstand. Hij is zich bewust van mogelijke emoties en (voor)oordelen die de student bij hem kan oproepen en probeert zich niet daardoor te laten leiden.

Door zijn vraagstelling nodigt de onderzoeker de student uit actief te zijn in het onderzoek en initiatief te tonen. De student neemt de onderzoeker als het ware mee in de eigen rekenwereld. De onderzoeker leeft zich in in het denken en handelen van de student. Dit vraagt een neutrale houding ten aanzien van de werkwijze van de student. Hij vermijdt reacties over goed of fout, en prijst de student als die zijn denkwijze duidelijk weet te maken. Hij beschikt over een gevarieerd repertoire aan interventies waarmee hij reacties van de student kan uitlokken die duidelijk maken hoe de student denkt en handelt.

De onderzoeker probeert de open sfeer van (diagnostische) interactie te behouden tot het einde van het gesprek. Hij sluit af door een terugblik samen met de student. Samen staan ze stil bij het proces: *Lukte het mij om met jou mee te denken?* Hij benoemt ook de opbrengst: *Hebben we bereikt wat we wilden bereiken? Is nu duidelijk geworden hoe jij denkt en doet als je rekenopdrachten hebt?* Hij gaat in op de succeservaringen en geeft de student feedback op zijn rol in het gesprek. Ten slotte vertelt hij wat hij met de uitkomsten gaat doen en hoe het nu verder gaat met rekenen.

Tijdens het gesprek neemt de onderzoeker allerlei kenmerken waar van het gedrag dat voor de student 'gewoon' is. Datzelfde geldt voor kenmerken van de schoolomgeving en de leefwereld van de student. Al deze, dikwijls impliciete, informatie accepteert de onderzoeker als een gegeven. Dergelijke kenmerken kunnen het leren rekenen bevorderen of juist belemmeren.

De onderzoeker zal positieve kenmerken benutten bij zijn handelingsadvies. Kenmerken die voor het leren rekenen belemmerend zijn, zullen ook in het onderzoek die rol kunnen vervullen. Het is aan de onderzoeker om dat vast te stellen en om na te gaan hoe hij erachter kan komen hoe hij de invloed van deze factoren kan verminderen. Als de hiermee opgeroepen vragen zijn competentie en/of zijn bevoegdheid te boven gaan, zal hij besluiten om deze informatie te laten verzamelen via psychodiagnostisch onderzoek.

Voor het inschakelen van een gedragswetenschapper als diagnosticus, ongeacht of deze in dienst is van de instelling of niet, is toestemming van de ouders/verzorgers nodig totdat de student meerderjarig is en zelf zijn handtekening mag zetten.

18.7 Didactische aspecten van een diagnostisch gesprek

Om de essentie van een diagnostisch rekengesprek te kunnen pakken, beschikt de onderzoeker over een combinatie van pedagogische en vooral ook rekendidactische competenties. De kwaliteit van het gesprek neemt toe naarmate de onderzoeker meer gedetailleerde kennis heeft van leerstoflijnen en van rekendidactiek. Hierdoor kan hij mogelijke oplossingsvarianten die de student demonstreert direct plaatsen en daarop doorvragen en variëren.

Tijdens het diagnostisch gesprek legt de onderzoeker de student meerdere rekenopdrachten voor. Hij laat de student zoveel mogelijk hardop denken, vertellen en rekenen. Daardoor krijgt hij in-

zicht in hoe de student te werk gaat en redeneert. Het moet de student duidelijk zijn dat het de onderzoeker niet gaat om 'het goede antwoord'.

De onderzoeker gaat na welke basisautomatismen en oplossingsprocedures de student beheerst en welke inzichten de student heeft. Ook hier gaat het erom geschikte vraag- en observatietechnieken te gebruiken die antwoord geven op vragen als: Herkent de student de kern van de rekenopdracht? Kan hij de elementen uit de opdracht met elkaar in verband brengen? Kan de student een formele opdracht ('kale som') verbinden met andere handelingsniveaus uit het Handelingsmodel? Bijvoorbeeld: Kan de student een concrete situatie bedenken bij een som? Kan hij een som visualiseren met materiaal, door te tekenen of door een schema te maken?

De onderzoeker onderzoekt het gehele proces van het oplossen van een rekenopdracht aan de hand van de drie stappen van het Drieslagmodel. De opdrachten bestaan uit functionele rekenopdrachten (contexten) en uit formele bewerkingen ('kale sommen'). De onderzoeker stelt zichzelf vragen waarmee hij impliciet ook zijn eigen didactisch handelen toetst (zie paragrafen 13.2 en 13.3):

- Hoe gaat de student aan het werk met de opdracht?
- Kan de student zich iets voorstellen bij de inhoud van de opdracht?
- Is de student hierin actief?
- Kan de student de inhoudelijke informatie ordenen? Hoe doet hij dat?
- Hoe voert de student berekeningen uit?
- Kan de student reflecteren op de gevonden oplossing? Hoe doet hij dat?

Als de student vastloopt, biedt de onderzoeker hem ondersteuning. Hij helpt hem het proces te structureren via de stappen van het Drieslagmodel en door daarbinnen de handelingsniveaus te variëren.

- In de eerste stap – het plannen – helpt de onderzoeker de student zich een voorstelling te maken van de context, om betekenis te geven aan de rekenopdracht (taal), een koppeling te leggen met andere lagen in het handelingsniveau of de gegevens te (re)organiseren.
- In de tweede stap – het uitvoeren – helpt de onderzoeker door de aanpak van de student te structureren, het werkgeheugen te ondersteunen (laten noteren van tussenantwoorden), de opdracht passend af te beelden (laten tekenen, schema's laten gebruiken), het aanreiken (en laten uitproberen) van passende oplossingsprocedures. Hij kan de opdracht variëren door de getallen minder complex te maken bijvoorbeeld in plaats van 23,6% van € 224,50 naar 20% van € 225 of 20% van € 200.
- In de derde stap – het reflecteren – helpt de onderzoeker door terug te koppelen naar de vraag (*Klopt het nu? Was dit wat ik moest uitrekenen? Wat weet ik nu?*), door te structureren, door demonstrenen te koppelen aan verwoorden (*Laat eens zien hoe je dit hebt uitgerekend.*).

Door dergelijke vragen en technieken te gebruiken komt de onderzoeker erachter welke werkwijze(n) de student hanteert. Zo krijgt hij inzicht in de denkstappen (Drieslagmodel) en de handelingsniveaus (Handelingsmodel) die de student heeft genomen tijdens de oplossingsprocedure. Hij kan hierdoor aangeven welk rekenniveau de student bereikt heeft.

De onderzoeker probeert vervolgens uit wat de zone van de naaste ontwikkeling van deze student is. Daarbij maakt hij gebruik van de verschillende handelingsniveaus. De onderzoeker gaat na wat de student al kan en biedt vervolgens een nieuwe rekenopdracht die daarop aansluit. Hij varieert de handelingsniveaus binnen deze opdrachten. Daarbij laat hij de student vertellen, tekenen en rekenen, of werken met tastbaar materiaal.

Hij biedt opdrachten aan binnen een domein, maar kan variëren per domein en switchen naar andere domeinen. Hij zorgt ervoor dat de opdrachten betekenisvol zijn, bijvoorbeeld door te laten rekenen met geld. De onderzoeker kan de opdracht eenvoudiger of juist moeilijker maken door te variëren met getallen. Ook kan hij complexere opdrachten eventueel voorstructureren in tussenstappen.

In de zone van de naaste ontwikkeling kan de student laten zien hoe hij reageert als hij niet meteen een oplossing heeft en hoe hij profiteert van hulp die de onderzoeker heeft aangeboden.

Het onderzoek resulteert in een overzicht van rekenkennis en oplossingsprocedures die de student daadwerkelijk beheerst. Hij beschrijft daarbij de handelingsniveaus waarop de student de procedures al kan uitvoeren, of met hulp zou kunnen uitvoeren ('zone van naaste ontwikkeling'). Tevens beschrijft hij aan welke stof de student toe is en onder welke condities het meeste resultaat bereikt kan worden.

18.8 Opbrengst van het rekenonderzoek

Als laatste stap in het rekenonderzoek analyseert de onderzoeker de verkregen informatie, komt tot conclusies en stelt een verslag op. Hij beschrijft daarin zijn bevindingen en de analyse van het diagnostisch gesprek, de positieve aanknopingspunten wat betreft rekenen, studentkenmerken, omgevingskenmerken en zijn handelingsadviezen.

Het verslag bevat onder meer:

- een beeld van wat de student al kan, van wat hij zich al heeft eigen gemaakt op het gebied van rekenen en ook van wat een zinvolle volgende stap is in de zone van de naaste ontwikkeling;
- een beeld van de mate waarin het rekenen van de student stagneert;
- inzicht in de factoren die de verdere rekenontwikkeling kunnen stimuleren, activeren, belemmeren of zelfs blokkeren;
- informatie over de hulp waar de student van profiteert en over vormen van begeleiding die aansluiten bij zijn behoeften, waardoor zijn zelfvertrouwen wordt versterkt;
- zicht op de rol die de student zelf heeft, maar ook die van de opleiding en de leefomgeving;
- een perspectief op langere termijn, zowel vakinhoudelijk als vakoverstijgend;
- eventueel advies over het inschakelen van een (externe) deskundige voor verder onderzoek of een specifieke training.

Dit verslag wordt besproken met de student en eventueel met zijn ouders/verzorgers. Bij twijfel melden de student (en eventueel de ouders/verzorgers) en de opleiding hem aan voor ondersteuning binnen of buiten de mbo-instelling. Het verslag en de afspraken met de student (en de ouders/verzorgers) worden bewaard in het (digitale) studentdossier.

18.9 Vervolgactiviteiten

De verantwoordelijkheid om deze handelingsadviezen van de onderzoeker om te zetten naar intensieve en specifieke begeleiding van de student ligt bij de opleiding. Op basis van het rapport stelt de rekenspecialist in overleg met de rekendocent, de praktijkbegeleider en de studiecoach, een individueel handelingsplan op voor de begeleiding van de student op het gebied van rekenen.

Dit handelingsplan omvat altijd de volgende componenten:

- doelen op lange en korte termijn (waartoe?);
- leerstofinhoud (wat?);
- leeractiviteiten (hoe?);
- uitvoering (wanneer en door wie?);
- evaluatie (doelen bereikt?).

Zie hoofdstuk 16 voor informatie over het opstellen en uitvoeren van een individueel handelingsplan. Het individuele handelingsplan van de student wordt besproken met de student en indien van toepassing ook met de ouders/verzorgers.

De student wordt gedurende een half jaar door de opleiding verder begeleid conform het handelingsplan. In het gunstige geval gaat de rekenontwikkeling van de student gedurende deze periode weer aantoonbaar de goede kant op. Dan kan aan het eind van deze periode worden beslist of de student zonder of met minder extra hulp verder kan. Als dat het geval is, dan kan hij terug naar begeleidingscategorie 1. Bij aantoonbaar weinig of geen vooruitgang komt de student in begeleidingscategorie 3. Is er al wel vooruitgang, maar slechts onder specifieke condities, dan blijft begeleiding in categorie 2 gehandhaafd.

19 Diagnostiek in begeleidingscategorie 3 (psychodiagnostisch onderzoek)

Een student komt in aanmerking voor een psychodiagnostisch onderzoek als de rekenproblemen ernstig en hardnekkig blijken. Dit onderzoek richt zich op de leervoorwaarden die zijn rekenontwikkeling beïnvloeden. Het vindt plaats in begeleidingscategorie 3.

Na het onderzoekstraject komt de diagnosticus tot een verslag met zijn advies voor de verdere gerichte zeer intensieve begeleiding op maat van de student.

19

19.1 Welke student komt in aanmerking?

Een student komt alleen in aanmerking voor een psychodiagnostisch onderzoek wanneer er sprake is van ernstige en hardnekkige rekenproblemen en er meer informatie nodig is voor de intensieve begeleiding van de student. Wij adviseren nadrukkelijk om in het mbo geen psychodiagnostisch onderzoek meer te laten uitvoeren om een diagnose 'dyscalculie' te kunnen stellen en eventueel een dyscalculieverklaring te kunnen verlenen. De reden die wij hiervoor hebben is de volgende.

De invloed van de schoolervaringen is na ongeveer twaalf jaar onderwijs niet meer los te koppelen van de persoonskenmerken die de rekenontwikkeling beïnvloeden. Naarmate studenten ouder worden, wordt het steeds onduidelijker welke invloed het rekenonderwijs (en eventuele begeleiding) heeft gehad op de persoonsontwikkeling van de student. Het valt niet meer te bepalen hoe studenten mede door hun persoonskenmerken al of niet hebben kunnen profiteren van het geboden onderwijs. Oorzaak en gevolg zijn niet meer uit elkaar te halen. In de bovenbouw van het vo en in het mbo is het daarom steeds moeilijker dyscalculie in zijn zuivere vorm verantwoord vast te stellen. Daarom is ook het afgeven van een dyscalculieverklaring niet meer verantwoord.

Voor deze studenten kan psychodiagnostisch onderzoek nog wel gewenst zijn om handelingsadviezen te krijgen voor gerichte individuele begeleiding. Dit onderzoek richt zich vrijwel uitsluitend op de leervoorwaarden die de rekenontwikkeling beïnvloeden. Dit onderzoek maakt deel uit van begeleidingscategorie 3.

Studenten met ernstige rekenproblemen, met of zonder dyscalculieverklaring, hebben echter allen behoefte aan deskundige begeleiding op maat. Deze studenten kunnen in alle mbo-opleidingen voorkomen, dus ook de niveau-4-opleidingen.

19.2 Een psychodiagnostisch onderzoek

Een psychodiagnostisch onderzoek is een verzamelnaam voor allerlei typen onderzoek. Het kan gaan om een intelligentieonderzoek, waarin de diagnosticus systematisch observeert hoe een student omgaat met diverse taken, variërend van meer verbaal tot vooral handelend (performaal). Naast het eventueel vaststellen van het IQ gaat het vooral om aanknopingspunten vinden in (relatief) sterke en zwakke aspecten van de student.

Andere onderzoeksonderdelen kunnen zijn gericht op onder meer het welbevinden, de zelfbeleving, sociaal inzicht, prestatiemotivatie of op de leerbaarheid. Deze informatie over mogelijkheden in het omgaan met diverse taken en omstandigheden van de student kan nuttig zijn bij het optimaal afstemmen op de onderwijsbehoeften van een student. Dat geldt ook bij studenten met ernstige rekenproblemen.

Het verschil met een diagnostisch rekenonderzoek is dat een psychodiagnostisch onderzoek gericht is op meer algemene aspecten in het functioneren van een student. Het focust op de achterliggende factoren bij het leren rekenen en de taalontwikkeling van de student, terwijl een diagnostisch rekenonderzoek vooral de rekenaspecten zelf in kaart brengt (hoofdstuk 18). Er is daarvoor andere kennis en een andere opleiding nodig. Om deze gegevens vervolgens te kunnen vertalen in voor het onderwijs praktische adviezen, zeker als die moeten worden gecombineerd met de uit-

komsten van het diagnostisch rekenonderzoek, vergt dat aanvullende specifieke deskundigheid van de diagnosticus.

Alleen een gedragswetenschapper die aan onderstaande eisen/voorwaarden voldoet, mag een psychodiagnostisch onderzoek afnemen. Wij gebruiken in dit protocol de term diagnosticus:

- Hij heeft een BIG-registratie als GZ-psycholoog, een NIP-registratie als Kinder- en Jeugdpsycholoog of een NVO-registratie als Orthopedagoog-Generalist.
- Hij is bovendien gespecialiseerd op het gebied van rekenen (Master Special Educational Needs (SEN) met specialisatie rekenen en rekenproblemen) of werkt bij het psychodiagnostisch onderzoek samen met een rekenspecialist.
- Hij werkt volgens de professionele standaarden en richtlijnen van zijn eigen beroepsvereniging en volgt de procedure voor HGD zoals bijvoorbeeld beschreven door Pameijer en Van Beukering (2004).

De meerwaarde ten opzichte van een diagnostisch rekenonderzoek is dat de diagnosticus door zijn psychodiagnostisch onderzoek verklarende factoren probeert op te sporen. Dit zijn factoren buiten de eigenlijke rekenvaardigheid die van invloed kunnen zijn op het leren rekenen. Hij zal deze bevindingen betrekken in zijn diagnose en noemen in de rapportage. Van Luit, Bloemert, Ganzinga & Mönch (2012) onderscheiden in het *Protocol Dyscalculie: Diagnostiek voor Gedragsdeskundigen (protocol DDG)* de onderstaande primaire verklarende factoren (pp. 39-42) en secundaire verklarende factoren (pp. 43-46):

- Primaire verklarende factoren voor rekenproblemen met betrekking tot het geheugen: executieve functies (planningvaardigheid en/of planningprocessen bij het uitvoeren van (reken)procedures), benoemselheid (algemeen, cijfers), verbaal en ruimtelijk visueel kortetermijn- en werkgeheugen (prestaties bij contextopgaven), aandacht (cognitieve taken) en aandachtfunctie (accuratesse en concentratie).
- Secundaire verklarende factoren voor rekenproblemen met betrekking tot de persoon en vanuit de fysieke, sociale en/of pedagogische omgeving: werkhouding en motivatie, competentiebeleving, (faal)angst, leesproblemen en sociaal-emotionele ontwikkeling.

Behalve ernstige rekenproblemen kan een student meer problemen ervaren. Er kan dan sprake zijn van comorbiditeit. Dat wil zeggen dat de diagnosticus twee of meer probleemgebieden tegelijkertijd kan vaststellen. Voorbeelden zijn combinaties van ernstige en hardnekkige rekenproblemen met dyslexie, ADHD en/of faalangst.

19.3 Opbrengsten van het psychodiagnostisch onderzoek

Na het onderzoekstraject komt de diagnosticus tot een verslag met zijn diagnose en een conceptadvies voor de verdere begeleiding van de student. In dit verslag geeft de diagnosticus de opbrengsten van zijn onderzoek weer en schetst hij het vervolg.

De diagnosticus benoemt de gevonden primaire en secundaire verklarende factoren. Daarnaast doet hij verslag van de andere bevindingen uit het onderzoek, zoals een IQ-bepaling en een intelligentieprofiel. Als sprake blijkt van comorbiditeit vermeldt hij dat ook.

De diagnosticus beschrijft de vakspecifieke en vakoverstijgende onderwijsbehoeften van de student op het gebied van rekenen. Hierin betreft hij zo mogelijk de resultaten van het diagnostisch

rekenonderzoek dat gelijktijdig of eerder - in begeleidingscategorie 2 - is uitgevoerd. Deze beschrijving bestaat uit onder meer de volgende onderdelen:

- inzicht in hoe de student denkt (redeneert) en rekent;
- de reken- en denkstappen die liggen in de zone van de naaste ontwikkeling;
- de specifieke onderwijsbehoeften van de student op basis van het Handelingsmodel en het Drieslagmodel;
- de specifieke onderwijsbehoeften op basis van de studentkenmerken en de omgevingskenmerken (onderwijskenmerken en thuissituatie);
- gegevens over de leerbaarheid van de student;
- de condities waaronder de student het meest optimaal kan functioneren.

De diagnosticus vermeldt de vakoverstijgende doelen (koersbepaling). In dit langetermijnperspectief maakt hij inschattingen over:

- het mogelijk te bereiken eindniveau op een bepaald meetmoment;
- het totale ontwikkelingsperspectief van de student gezien de mate waarin wordt voldaan aan de drie basisvoorwaarden voor leren en ontwikkelen: competentie (vertrouwen in eigen kunnen), autonomie (vertrouwen in zelfsturing) en relatie (vertrouwen in de verbondenheid met belangrijke anderen);
- het in de begeleiding benutten of versterken van de studentkenmerken. Voorbeeld 1: inzetten op het ontwikkelen van het visueel voorstellen en afbeelden (representeren), omdat dit vermogen tot nu toe zwak is ontwikkeld. Voorbeeld 2: aansluiten bij sterk ontwikkelde verbale vermogens van een student en daarvan gebruik maken;
- de leerbaarheid van de student, afgeleid van het Totaal IQ en het intelligentieprofiel.

De diagnosticus geeft op basis van het voorafgaande in grote lijn aan welke mix van maatregelen bij deze student haalbaar lijkt en zinvol is. De maatregelen hebben betrekking op de volgende begeleidingsactiviteiten:

- *Stimuleren van de student*, met name wat betreft aspecten die niet zo sterk zijn ontwikkeld. De student activeren om zelf weer het leerproces op te pakken.
- *Compenseren van zwak ontwikkelde rekenkennis of vaardigheid*. Bijvoorbeeld het toestaan van het gebruik van een rekenmachine als de student slecht automatiseert en daardoor niet in staat is om de standaardalgoritmes uit te voeren. Met compenserende maatregelen kan de student toch verder in het leerproces, deelnemen aan onderwijsactiviteiten en tot zijn recht komen in de beroepspraktijkvorming.
- *Remediëren in brede zin*. Het perspectief bij remediëren is altijd gericht op de totale ontwikkeling van de student. Remediëren is niet alleen gericht op het reduceren van rekenproblemen, maar ook op het groeien als persoon.

De diagnosticus geeft ook adviezen over instructieprincipes, vormen van feedback en effectief gebleken begeleidingsmethodieken. Over deze aspecten van lesgeven en begeleiden is op allerlei plekken in dit protocol informatie te vinden.

Wanneer de diagnosticus zijn verslag heeft afgerond, bespreekt hij dit met de student (eventueel zijn ouders/verzorgers), de rekenspecialist, de gedragsdeskundige, de praktijkbegeleider en de studietoecoach. In deze bespreking zitten alle partijen aan tafel. De belangen van de student staan centraal en de diagnosticus bewaakt deze. Het kan zijn dat dit gesprek het karakter krijgt van een onderhandeling. De studietoecoach zal in veel gevallen het gesprek leiden en proberen wenselijkheid en haalbaarheid te verenigen. Soms hebben partijen niet genoeg aan één gesprek om consensus te

bereiken. Het uiteindelijke doel is namelijk dat alle partijen zich met de aanbevelingen in het verslag en de praktische consequenties daarvan kunnen verenigen. Zij moeten het erover eens zijn dat het advies wenselijk, nuttig, betekenisvol, geloofwaardig en haalbaar is. Het advies heeft betrekking op de verdere begeleiding in de opleiding en/of hulpverlening buiten de opleiding.

Op grond van deze bespreking kan de diagnosticus het verslag met zijn bevindingen en zijn conceptadvies nog wat bijstellen. In de definitieve rapportage staan de afgesproken passende en haalbare richtlijnen voor de specifieke begeleiding van de student in de komende periode.

19.4 Vervolgactiviteiten

De verantwoordelijkheid voor de uitvoering van de gezamenlijk afgesproken aanpak ligt vanaf dan bij de opleiding. De betrokkenen binnen de opleiding concretiseren de richtlijnen en bespreken dat met de student (en indien nodig met de ouders/verzorgers). De aanpak slaagt immers alleen als de student zich ook verantwoordelijk kan voelen voor het eigen aandeel. Daartoe moet hij precies weten wat een en ander gaat inhouden.

Op basis van het verslag van de diagnosticus stelt de rekenspecialist in overleg met de rekendocent, de gedragsdeskundige en de studietoetscoach van de student een individueel handlingsplan op. Hij stuurt dat ter kennisname aan de diagnosticus. Dit plan geeft richting aan de activiteiten vanuit begeleidingscategorie 3. Indien de ernstige rekenproblemen van de student hardnekkig blijken te zijn, is extra en intensieve individuele begeleiding vanuit de opleiding nodig gedurende zijn verdere schoolloopbaan.

19.5 Studenten met een dyscalculieverklaring bij binnenkomst in het mbo

Hoewel wij het niet wenselijk achten dat in het mbo nog dyscalculieverklaringen worden afgegeven, geven wij hierna wel wat achtergrondinformatie over dyscalculie, de dyscalculieverklaring en de gevolgen daarvan. Zie voor een voorbeeld van een dyscalculieverklaring afbeelding 19.1.

Studenten kunnen bij binnenkomst in het mbo al in het bezit zijn van een dyscalculieverklaring. Zo'n verklaring blijft gedurende de gehele schoolloopbaan van de student geldig.

De student, maar ook de opleiding, dient erop bedacht te zijn dat een dyscalculieverklaring gevolgen heeft voor de keuze van beroepsopleidingen. Sommige beroepen zijn niet wenselijk voor iemand met een dyscalculieverklaring. De bijbehorende opleidingen trekken uiteraard die lijn door.

KERN**Welke voorwaarden worden gebruikt voor het afgeven van een dyscalculieverklaring?**

- De leerling beschikt over voldoende intelligentie (ons advies: vanaf een TIQ van 85).
- Er is een grote discrepantie tussen de ontwikkeling van de leerling in het algemeen en zijn rekenontwikkeling.
- De achterstand is hardnekkig. De leerling laat – ondanks gerichte – deskundige begeleiding, bijna geen vooruitgang zien.
- De problemen zijn ontstaan vanaf het verwerven van de basisvaardigheden in het domein getallen en beïnvloeden ook de ontwikkeling op het domein verhoudingen en het domein meten en meetkunde (inclusief de leerstoflijnen tijd en geld).

KERN**Consequenties van dyscalculie**

- Zowel bij generiek rekenen als in beroepsgerichte vakken is gebrek aan basale rekenvaardigheid een handicap.
- Gedurende de hele onderwijsloopbaan én in het maatschappelijk verkeer blijft die beperkte rekenvaardigheid storend, vanwege het praktische ongemak en door de sociaal-emotionele gevolgen.
- Problemen met de basisvaardigheden blijven ook op latere leeftijd bestaan en behouden daarmee invloed op beroepsperspectieven en maatschappelijke redzaamheid.
- Sommige beroepsopleidingen zijn geblokkeerd en bepaalde beroepen zijn uitgesloten.

Internationaal wordt er gewerkt volgens de richtlijnen van DSM-IV-TR. Deze sluiten aan bij de hierboven beschreven criteria. DSM-IV-TR staat voor *Diagnostic Manual of Mental Disorders* (American Psychiatric Association, 2000).

KERN**Diagnostic criteria for 315.1 Mathematics disorder**

- A. Mathematical ability, as measured by individually administered standardized tests, is substantially below that expected given the person's chronological age, measured intelligence, and age-appropriate education.
- B. The disturbance in Criterion A significantly interferes with academic achievement or activities of daily living that require mathematical ability.
- C. If a sensory deficit is present, the difficulties in mathematical ability are in excess of those usually associated with it.

Citeerd naar American Psychiatric Association (2000, p. 54).

Alleen een diagnosticus die aan onderstaande eisen/voorwaarden voldoet, mag een dyscalculieverklaring verlenen.

- Hij heeft een BIG-registratie als GZ-psycholoog, een NIP-registratie als Kinder- en Jeugdpsycholoog of een NVO-registratie als Orthopedagoog-Generalist.
- Hij is gespecialiseerd op het gebied van rekenen (Master Special Educational Needs (SEN) met specialisatie rekenen en rekenproblemen) of werkt bij het psychodiagnostisch onderzoek samen met een rekenspecialist.
- Hij werkt volgens de professionele standaarden en richtlijnen van zijn eigen beroepsvereniging en volgt de procedure voor HGD zoals bijvoorbeeld beschreven door Pameijer en Van Beukering (2004).

Als onderdeel van het psychodiagnostisch onderzoek wordt ook een IQ-bepaling gedaan. Wij merken op dat voor het verlenen van een dyscalculieverklaring een totaal IQ (TIQ) van 70 of hoger wordt gehanteerd. Dit is naar analogie van de voorwaarde bij een dyslexieverklaring. Rekenen is echter complexer dan lezen en schrijven. Het doet een beroep op hogere cognitieve functies, onder andere op begrijpend lezen, logisch denken en ordenen, op rekenkundig communiceren, reflecteren op het eigen handelen en conclusies trekken op basis van het eigen rekenkundig handelen. Daarom raden wij aan een dyscalculieverklaring pas te verlenen vanaf TIQ = 85. Vanaf een TIQ van 85 mag worden aangenomen dat de leerling voldoende leerbaar is.

In een dyscalculieverklaring is beschreven welke specialistische begeleiding en facilitering de student nodig heeft (zie afbeelding 19.1).

De dyscalculieverklaring maakt onderscheid tussen onderwijs, voortgangstoetsen en onderdelen die deel uitmaken van het eindexamen. Bij onderdelen in het kader van het eindexamen zijn extra hulpmiddelen alleen toegestaan als deze extra hulpmiddelen niet leiden tot het vervallen van een exameneis. Bij centrale examens zijn de toegestane hulpmiddelen vastgelegd in de regels van het College voor Examens, gebaseerd op het *Examenbesluit MBO*.

Onderstaande faciliteiten zijn in ieder geval van belang en gewenst bij onderwijs en toetsing, het laatste voor zover toegestaan:

- gebruik van een rekenmachine;
- bieden van voldoende tijd;
- bieden van een rustige werkplek, met name ook bij toetsen en examens.

Ondergetekende verklaart dat aan:

naam:

geboortedatum:

geboorteplaats:

een dyscalculieverklaring is afgegeven volgens de criteria zoals beschreven in het *Protocol Ernstige Reken Wiskunde problemen en Dyscalculie (ERWD1 of 2)*.

De problemen blijken vooral uit de volgende verschijnselen:

Op basis hiervan is behoefte aan de volgende maatregelen:

1. specialistische begeleiding in de vorm van:
2. facilitering in de vorm van:

Voor de onderbouwing van deze verklaring wordt verwezen naar het verslag van het psychodiagnostisch onderzoek door:

naam instelling:

naam onderzoeker:

functie:

kwalificaties:

registratie:

datum:

Afbeelding 19.1 Voorbeeld van een dyscalculieverklaring
(vrij naar Ruijssenaars, Van Luit en Van Lieshout, 2004, p. 293)

Bijlagen

Bijlage A **Achtergronden van leren rekenen en rekenproblemen**

Bijlage A

Achtergronden van leren rekenen en rekenproblemen

De protocollen ERWD handelen over ernstige rekenproblemen. Dergelijke problemen hebben alles te maken met hoe leerlingen leren en hoe leraren rekenonderwijs verzorgen. In deze bijlage schetsen wij achtereenvolgens hoe theorieën over leren en onderwijzen met elkaar te maken hebben, wat achtergronden kunnen zijn van rekenproblemen en hoe deze kunnen bijdragen aan de kwaliteit van rekenonderwijs. Hiermee geven wij aan welke keuzes wij hebben gemaakt en tot welke visie op het onderscheid tussen ernstige rekenproblemen en dyscalculie zij leiden.

1 Over de relatie tussen leertheorieën en onderwijspraktijken

De afgelopen eeuw hebben veel wetenschappers zich beziggehouden met de vraag wat leren is en hoe een leerproces is te beïnvloeden. Wij bespreken hier enkele stromingen die het denken over leren, en in het verlengde daarvan ook over onderwijzen, tot op heden hebben beïnvloed. Wij beginnen met het behaviorisme en vervolgen met de cognitieve leerpsychologie (beide vanaf begin 20ste eeuw) en het constructivisme (vanaf circa 1960).

Behaviorisme

Het oorspronkelijke uitgangspunt bij het *behaviorisme* is dat leren alleen is af te lezen aan verandering van gedrag (vandaar de naam). Men sprak wel van de 'black box': er is een aanleiding (*stimulus*) en er wordt een reactie in het gedrag zichtbaar (*respons*). Wat daar tussenin gebeurt is niet zichtbaar en dus niet bekend. Uit die tijd kennen we allerlei proeven met dieren, die reageerden op voedsel en zo leerden handeltjes weg te duwen en doolhoven te passeren, of die gingen kwijlen, zoals de hond van Pavlov.

Leren is hier: conditioneren, trainen van gedrag. In alle gevallen waren het beloning en straf (een sanctie of het uitblijven van beloning) die het gedrag deden veranderen. Als de beloning stopte of gewoon werd, nam het nieuwe gedrag weer af en verdween na enige tijd.

Toegepast op onderwijs, benadrukt deze theorie de rol van de leraar als degene die het gewenste gedrag bedenkt en veroorzaakt. Doordat in het onderwijs leerlingen over het algemeen niet zelf kiezen wat ze willen leren en wanneer, is er externe invloed nodig. De consequentie is dat altijd een leraar nodig is om het gewenste gedrag op te roepen. De leraar biedt de te leren informatie kant en klaar aan. Leren is dan het resultaat van 'goed je best doen'. Dat resultaat wordt beloond met waardering en goede cijfers. Ongewenst gedrag en gebrek aan resultaat leiden tot overdoen, straf en slechte cijfers.

Niet zichtbaar is of de leerling ook werkelijk begrijpt wat hij heeft geleerd. Een voorbeeld hiervan is het leren van rekenregels zoals *delen door een breuk is hetzelfde als vermenigvuldigen met het omgekeerde van die breuk* en het uit je hoofd leren van *oppervlakte is lengte keer breedte* en *omtrek is twee keer lengte plus breedte*.

Het oorspronkelijke directe (en meestal klassikaal gebruikte) instructiemodel is hiervoor een bekende vorm geworden. Voordoen, nadoen, eventueel samen doen en dan zelf doen is typerend voor een behavioristische kijk op leren. Als kennis, vaardigheden of gedrag zo zijn aangeleerd is zeer regelmatig onderhoud nodig, om te voorkomen dat deze weer verdwijnen. Hier horen ook uitspraken bij als 'Je hoeft het niet te snappen, als je het maar kunt.'

Wie zo naar leerlingen kijkt, zal vooral de overeenkomsten tussen leerlingen willen benadrukken. Dit kan leiden tot de conclusie dat modaal gelijk staat aan normaal. Problemen bij het leren rekenen zijn dan een afwijking van het normale. Het wegwerken van afwijkingen op een behavioristische manier gebeurt door herhaling van de informatie of het voorbeeldgedrag (*Kom straks maar even bij me, dan leg ik het nog een keer uit*) en via straffen en belonen (de dikke onvoldoende of de pedagogische 6-).

Ook buiten het onderwijs leren mensen zo ander gedrag. Wie regelmatig een bekeuring krijgt voor eenzelfde soort verkeersovertreding, zal proberen die sanctie te vermijden en zijn gedrag aanpassen. Dit type leren zien we in allerlei contexten, zowel in informele als in formele leersituaties. Jongeren leren door de invloed van volwassenen, maar zeker ook minstens zoveel onder invloed van leeftijdgenoten en idolen, hoewel dit per leeftijd varieert.

Cognitivism

Psychologen als Piaget, Vygotsky en Gagné hebben, ieder vanuit hun eigen invalshoek, onderzoek gedaan naar de cognitieve ontwikkeling van kinderen en jongeren. Anders dan de behavioristen zien deze onderzoekers een mens al van jongs af aan als een actief wezen dat zelf op onderzoek uitgaat, experimenteert en zo als het ware 'hypotheses' toetst. De manier waarop de mens informatie verwerft en verwerkt staat bij hen centraal. Het is daardoor begrijpelijk dat het geheugen bij hen een belangrijke rol speelt. Termen als lange- en kortetermijngeheugen en werkgeheugen danken we aan het cognitivisme.

Piaget ontwikkelt een interactietheorie, waarbij hij zijn onderzoek vooral richt op de manier waarop kinderen grip krijgen op de fysische wereld van hoeveelheden, maten en vormen. Piaget onderscheidt onder meer een drietal mechanismen in de cognitieve ontwikkeling die het succes van een leerproces bepalen.

- a. *Assimilatie*, waarbij iemand nieuwe informatie inpast in het bestaande denkkader.
- b. *Accommodatie*, waarbij iemand het bestaande denkkader aanpast op grond van nieuwe informatie.
- c. *Equilibratie*, waarbij iemand voortdurend beide processen in evenwicht probeert te brengen, wat een voorwaarde blijkt voor een gezonde cognitieve ontwikkeling.

Dit laatste mechanisme kunnen we herkennen in rekenlessen, als leerlingen de gepresenteerde informatie niet kunnen koppelen aan en inbedden in hun voorkennis. Zo zijn er bijvoorbeeld leerlingen die het begrip 'aanvullen' alleen associëren met aanvullen tot een tiental. Alle instructie waarin dit begrip een rol speelt, leidt dan niet tot een aanpassing van hun definitie en dus ook niet tot het bijbehorende gedrag. Daardoor stagneert op dat punt hun ontwikkeling.

Vygotsky bestudeert de relatie tussen taal en denken bij kinderen. Als vertegenwoordiger van de sociaal-culturele theorie benadrukt hij het belang van sociale en culturele factoren voor de cognitieve ontwikkeling. Leraren en andere opvoeders zijn in zijn ogen daarbij onontbeerlijk. Het maakt wel uit wat zij doen en hoe. Hij introduceerde een tweetal begrippen die nog steeds bekend zijn.

Het ene is de ‘zone van de naaste ontwikkeling’ (de fase dat iemand een taak al bijna zelfstandig kan uitvoeren, maar nog wel de steun nodig heeft van iemand anders die de taak al beheerst). Die hulp vanuit de omgeving zorgt voor de uitdaging om zich verder te ontwikkelen. Het andere begrip is *scaffolding*, het gebruik van zogenaamde steigers. Steigers geven aanwijzingen en voorbeelden die de leerling helpen een bepaald probleem op te lossen en tegelijk helpen dat geleerde te generaliseren.

Galperin heeft dat idee van de zone van de naaste ontwikkeling, die aansluit bij de zone van de actuele ontwikkeling, verder uitgewerkt. Daarmee legde hij de basis voor wat we nu kennen als de handelingstheorie. Deze theorie stelt de interactie tussen individuen centraal. Het basisprincipe van leren wordt in deze theorie gevormd door vijf stappen:

- a. oriëntatie op de handeling;
- b. de materiële handeling;
- c. de verbale handeling;
- d. de mentale handeling;
- e. de verinnerlijking van de handeling.

Leren is in deze opvatting een actief proces waarbij de lerende zelf altijd de volgende stap neemt. Een sturende instructie, zoals beschreven in deel 4 past bij deze benadering van leren. In Nederland zijn de studies van Galperin beschreven door Van Parreren en Nelissen (1977). Vervolgstudies hebben de theorie over deze vijf stappen verfijnd, waardoor steeds meer nuance gebracht kan worden in het leerproces (Van Oers, 1987; Van Eerde, 1996; Van Groenestijn, 2002).

In de huidige uitwerking van de handelingstheorie is de interactie tussen de leerling en zijn omgeving nog altijd de basis voor ontwikkeling en leren. Leren is daardoor cultuurgebonden en sociaal ingebed. Via het concrete handelen en het visueel voorstellen van concrete handelingen ontwikkelt de leerling concepten en komt hij tot mentaal handelen (denken). Daarbij is communicatie met anderen en het kunnen verwoorden van de handeling (vertellen wat je doet) cruciaal. Hierdoor is georganiseerd opslaan van informatie mogelijk en kan informatie kennis worden.

Concreet handelen is de basis voor mentaal handelen en is dus nodig voor de ontwikkeling van formele kennis en vaardigheden. Omgekeerd stuurt het mentaal handelen het concrete handelen aan. Ook het voorstellen wordt hierdoor beïnvloed.

We zien hier eenzelfde soort mechanisme als wat Piaget aanduidde met assimilatie en accommodatie. Interactie is altijd een iteratief proces: de ene handeling vloeit voort uit een voorafgaande handeling en wordt weer gevolgd door een volgende handeling. Van Geert (2008) benoemt dit als een ‘dynamisch systeem’, vanwege die voortdurende wederzijdse beïnvloeding. Zijn opvatting sluit ook aan bij deze handelingstheorie. Het in de protocollen ERWD gebruikte Handelingsmodel is eveneens een verdere uitwerking van principes van het cognitivisme.

Constructivisme

Het *constructivisme* als kennistheorie ligt ook aan de basis van cognitivistische theorieën. De kern is dat elk individu zelf actief kennis construeert. Op basis van eigen ervaringen, referentiekader, houding en voorkennis past iemand nieuwe informatie actief in bij reeds aanwezige kennis en vormt hij ze samen om tot nieuwe kennis. De consequentie is dat leerlingen die dezelfde informatie krijgen aangereikt, die allemaal op hun eigen manier zullen verwerken tot (nieuwe of meer uitgebreide) kennis. Hoe meer de nieuwe informatie aansluit bij al aanwezige voorkennis en bij het referentiekader van de leerling, hoe meer kans er is op leerrendement. We zien dit wanneer leerlingen leren in authentieke situaties (bijvoorbeeld vanuit eigen vragen of in een geambieerde

praktijkstage). Zulke situaties zijn voor hen betekenisvol en leiden daardoor tot een duurzamer resultaat (Von Glasersfeld, 1996).

De vertaling van constructivisme naar een leertheorie kennen we als ‘sociaal-constructivisme’. Door deze toevoeging wordt benadrukt dat leren (verwerven van nieuwe kennis) altijd plaatsvindt in interactie met de omgeving (Cobb, 1994). Door met anderen te communiceren reflecteert de leerling op de eigen kennis en vaardigheden. Dit leidt in veel gevallen tot nieuwe informatie (al was het maar door hetzelfde te bekijken vanuit een ander perspectief), waardoor de bestaande kennis wordt bijgesteld of uitgebreid. De leraar heeft hierin de taak om problemen (‘nieuwe stof’) zodanig te presenteren dat leerlingen zelf met elkaar oplossingen gaan bedenken. In eerste instantie doet ieder dat natuurlijk vanuit de eigen voorkennis. Door vergelijking en overleg met anderen en door de banende vragen van de leraar leren zij ook andere gezichtspunten, mogelijkheden en aanpakken kennen en proberen die uit. Een concrete vorm daarbij zijn coöperatieve werkvormen waardoor samenwerkend leren enigszins gestructureerd kan verlopen (Cobb, Yackel & Wood, 1992). Het leren van en aan elkaar in een klassensituatie en in samenwerking met de leraar stimuleert de cognitieve ontwikkeling. De leraar creëert een betekenisvolle leersituatie (‘krachtige leeromgeving’), daagt uit en stimuleert (Gravemeijer, 1995a, 1995b).

Anders dan bij het behaviorisme leiden dit type leerprocessen tot meer duurzame kennis. Dit komt doordat de leerling het probleem herkent dat aan zijn leerproces ten grondslag ligt. In nieuwe situaties kunnen leerlingen vanuit de identificatie van het probleem de oplossing als het ware opnieuw reconstrueren. Het Drieslagmodel voor probleemoplossend handelen is hierop gebaseerd. Bij deze benadering van leren passen banende instructie en vormen van samenwerkend leren, zoals beschreven in deel 4.

Het veelgebruikte model van directe (effectieve) instructie is tegenwoordig steeds vaker ingebed in een breder leerproces van activeren van voorkennis, voordoen – nadoen – meedoen – zelf doen, verwoorden en opslaan. Directe instructie gaat ook vaak samen met coöperatieve werkvormen. In dit geval is het model niet alleen behavioristisch van aard, maar heeft het ook cognitivistische en constructivistische kenmerken.

Behaviorisme, cognitivisme en constructivisme hebben ieder een specifieke kijk op leren. Als gevolg van die verschillende opvattingen over leerprocessen passen daar ook steeds andere vormen van lesgeven bij. Wij hebben deze variatie steeds verbonden met wisselende vormen van instructie geven. In het vervolg van deze bijlage zullen we zien hoe dat doorwerkt naar leren rekenen en de problemen die daarbij kunnen ontstaan.

2 Visies op rekenproblemen

Het is niet verrassend dat wetenschappers uit verschillende disciplines ook verschillende verklaringen hebben voor het ontstaan van rekenproblemen. Dat hoeft ons er niet van te weerhouden hun opvattingen te betrekken op de onderwijspraktijk.

In deze paragraaf gaan we na hoe vanuit de orthopedagogiek, de ontwikkelingspsychologie en de neurowetenschappen naar ernstige rekenproblemen wordt gekeken.

Leren rekenen, rekenproblemen en dyscalculie hebben – net als leren lezen, leesproblemen en dyslexie – een lange internationale en multidisciplinaire geschiedenis van onderzoek en discussie.

Wat maakt dat de ene leerling geen enkele moeite heeft met rekenen en de ander nauwelijks vooruitgang boekt? Ook anno 2012 is niet duidelijk wat de oorzaken van deze leerproblemen precies zijn. Allerlei nieuwe kennis over de ontwikkeling van het brein (Jolles et al., 2005) en lopend onderzoek over de rol van het geheugen geeft voeding aan de veronderstelling dat ernstige rekenproblemen wel eens minder statisch zouden kunnen zijn dan tot nu toe werd gedacht.

Er is geen verschil van mening dat het leren van taal en rekenen voorbeelden zijn van complexe leerprocessen. Het gaat om samenhangende dynamische systemen die elkaar voortdurend beïnvloeden, op verschillende manieren en op verschillende niveaus (Van Geert, 2008). Ook is duidelijk dat het gaat om de wisselwerking tussen sterke en zwakke factoren, zowel in de leerling zelf als in de manier waarop de omgeving hierop invloed uitoefent.

Bekend is dat sterke factoren in leerling en omgeving elkaar positief kunnen versterken en dat zwakke factoren elkaar negatief kunnen versterken. Ook is bekend dat sterke factoren zwakke factoren positief kunnen beïnvloeden. Dit betekent dat een sterke rekenaar minder last heeft van minder sterke rekenlessen, maar vooral dat een zwakke rekenaar baat heeft bij sterke rekenlessen. Anders gezegd: *daar waar de leerling zwak is, moet het onderwijs sterk zijn*. Dit is wat onderwijs passend maakt.

Leerlingen die op school problemen ervaren met het leren rekenen, kunnen terecht komen in een negatieve vicieuze cirkel. Leerlingen die goed presteren kunnen in een positieve virtueuze cirkel terecht komen. Negatieve ervaringen bij rekenen kunnen problemen met het leren van rekenen versterken. Leerlingen die ervaren dat zij goed presteren, gaan steeds beter presteren. Butterworth (1999) benoemt dit als een iteratief proces waarbij men kan verwachten dat leerlingen die ernstige problemen ondervinden met het leren van rekenen in een negatieve spiraal terecht komen. Zij gaan steeds slechter presteren en kunnen uiteindelijk blokkeren bij alles wat op rekenen lijkt. Emotionele problemen en toenemend gebrek aan zelfvertrouwen kunnen hierbij versterkend werken. Dit wordt ook wel eens het Mattheüs-effect genoemd: wie al goed is wordt steeds beter, maar wie zwak is zwakt steeds verder af. Om dit te voorkomen moet tijdig worden ingegrepen.

Orthopedagogiek

In de orthopedagogiek focust men vooral op de ontwikkeling van het individuele kind en dan met name op daarbij voorkomende problemen. Welke aspecten in de ontwikkeling zijn min of meer volgens verwachting en welke wijken daarvan af? Ruijsenaars, Van Luit en Van Lieshout (2004) maken onderscheid tussen rekenproblemen en rekenstoornissen. Rekenproblemen horen bij het ontwikkelingsproces van leren rekenen en zijn in die zin te verwachten. Als deze problemen echter niet worden opgelost, worden ze groter en kan er volgens hen sprake zijn van een stoornis. Zij beschrijven dyscalculie als 'een stoornis die gekenmerkt wordt door hardnekkige problemen met het leren en vlot/accuraat oproepen/toepassen van reken-/wiskundekennis (feiten/afspraken)' (Ruijsenaars et al., 2004, p. 28). Zij constateren dat er in het psychologisch functioneren op dit punt een afwijking is ten opzichte van de rest van het functioneren. Het onthouden van feiten en afspraken komt niet of slechts beperkt tot stand. Er is sprake van een afwijking in een psychologische functie. Er kan tevens een (tamelijk) grote samenhang en overlap zijn met de afwijkingen in psychologische functies bij dyslexie. Zij komen tot de conclusie dat dyscalculie, net als dyslexie, een erfelijke basis kan hebben en voorkomt bij ongeveer 2 à 3% van de bevolking (zie ook Van Luit, 2006). Binnen deze groep heeft ongeveer 60% van de leerlingen zowel dyslexie als dyscalculie (comorbiditeit) (Ruijsenaars et al., 2004).

Van Luit (2010, p. 19) stelt in zijn oratie echter wel, dat het zowel in de klinische praktijk als in wetenschappelijk onderzoek lastig is om een precieze scheidslijn te trekken tussen ernstige rekenproblemen en dyscalculie.

Vanuit de orthopedagogiek bezien is er sprake van ernstige rekenproblemen als de rekenontwikkeling structureel niet volgens verwachting tot stand komt, maar bij de verwachting achterblijft.

Ontwikkelingspsychologie

De focus van de ontwikkelingspsychologie ligt op wat de verwachte ontwikkeling van mensen is en wat daaraan bijdraagt. Zo ziet Leseman (2004) de ontwikkeling van rekenen en wiskunde vooral beïnvloed wordt door taal en visueel-ruimtelijk denken. De mensen in de directe omgeving zijn daarvoor essentieel. De ontwikkeling van rekenconcepten begint bij het bewegen in de ruimte in combinatie met het benoemen van die ruimte. Deze manier van leren noemt hij *embodied cognition*. De wijze waarop deze ontwikkeling in de eerste levensjaren verloopt, heeft invloed op de start en daarmee ook op het vervolg van de schoolloopbaan van een leerling.

Uit onderzoek blijkt dat een omgeving die op gebied van rekentaal en rekenen als ‘arm’ is te typen een belangrijke bron kan zijn van rekenproblemen (Tudge & Doucet, 2004). Naarmate leerlingen meer ervaringen opdoen in de concrete werkelijkheid en deze beter leren benoemen, is de kans op een goede ontwikkeling van taal en rekenen groter.

De hiervoor al genoemde embodied cognition is de basis voor de ontwikkeling van hogere cognitieve functies zoals visualiseren, analyseren, ordenen, logisch redeneren en voor de sociaal-emotionele ontwikkeling. Grijpen leidt tot begrijpen, zien leidt tot inzien en inzicht, voelen leidt tot invoelen, luisteren tot beluisteren, spreken tot bespreken, kennen tot herkennen en kennis.

Ook bij leerlingen in het voortgezet onderwijs zien we dat embodied cognition nog altijd een belangrijke basis is voor leren. Leerlingen leren het beste van en in situaties waarbij zij zich werkelijk persoonlijk betrokken voelen. Deze waarneming sluit aan bij wat we zagen als kenmerk voor succesvol leren vanuit het sociaal-constructivisme.

Leseman (2004) gaat ervan uit dat er twee systemen ten grondslag liggen aan leren rekenen. Het eerste systeem is een visueel systeem, gericht op de *globale waarneming (en later herkenning) van aantallen*. Dit is nauw verweven met het zien en het visuele geheugen. Het tweede systeem is een *verbaal* systeem en nauw verbonden met het leren van de telrij via de taal, de telwoorden dus. Het is bedoeld voor het exact kunnen *benoemen van aantallen*.

Het ontstaan van rekenproblemen kan worden verklaard als het niet goed tot stand komen van de integratie van het eerste, analoge niet-exacte rekensysteem met het tweede, verbale systeem. Rekenfeiten die in taal zijn vevat blijven daardoor betekenisloos (Leseman, 2004). Kinderen met taalproblemen lopen ook het risico om (ernstige) rekenproblemen te krijgen vanwege de rol van taal bij de ontwikkeling van rekenen.

Leseman concludeert dat ernstige leerproblemen niet direct te herleiden zijn tot beschadigingen of afwijkingen in specifieke modules voor hogere cognitieve en taal functies. Genetische risico's, geboortrisico's en vroege pedagogische trauma's grijpen aan op een laag organisatieniveau van de hersenen en beïnvloeden zo de ontwikkeling. Het uiteindelijke effect – de aard, ernst en breedte van de stoornis – staat niet los van de omgeving waarin de ontwikkeling zich voltrekt.

Leseman geeft verder aan dat ook kinderen zonder neurobiologisch naspeurbare stoornis ernstig kunnen verdwalen in de voorschoolse periode. Dit gebeurt wanneer in hun omgeving geschikte ‘ontwikkelingspaden’ ontbreken. Hij ziet daarom geen principieel verschil tussen ernstige leerproblemen met een genetisch-biologische achtergrond en leerproblemen met een culturele oorzaak

(Leseman, 2004, p. 29). Anders gezegd: ook als er in de aanleg van een leerling niets mis is, kunnen ernstige rekenproblemen ontstaan door bijvoorbeeld het ontbreken van die vroege stimulans of een tekortschietend rekenonderwijs.

Vanuit de ontwikkelingspsychologie bezien is het de vraag welke invloed de omgeving heeft uitgeoefend op de mogelijkheden van een kind. Het ontstaan van ernstige rekenproblemen kan dan het gevolg zijn van een mismatch tussen aanlegfactoren en omgevingsfactoren.

Neurobiologie en neuropsychologie

De focus van de neurobiologische en neuropsychologische wetenschappen is verschillend. De eerste groep onderzoekers is vooral gericht op het verklaren van gedrag uit hersenactiviteit. De andere groep onderzoekers is meer bezig met het verklaren van hersenactiviteit uit gedrag. Dat leidt ook tot verschillende visies op rekenproblemen en dyscalculie. Wie gedrag wil verklaren uit hersenactiviteit zoekt welke delen van de hersenen actief zijn bij iemand met ernstige rekenproblemen, vergeleken met iemand die geen problemen heeft. Zij gaan meer uit van het beeld van hersenactiviteit zoals zich dat voordoet. Neuropsychologen kijken juist wat er in de hersenen gebeurt als iemand met ernstige rekenproblemen op verschillende manieren wordt gestimuleerd. Zij doen dit bijvoorbeeld door hersenactiviteit bij opdrachten op verschillende handelingsniveaus te vergelijken. Zij gaan uit van de plasticiteit van de hersenen.

De neurobiologen benadrukken dat dyscalculie van jongs af aan in bepaalde hersengebieden aantoonbaar aanwezig is, met name in de intrapariëtale groeve. Wij noemen onder andere Butterworth (1999), Dehaene (1997), Von Aster (2005) en Van Loosbroek (2006)). Er zijn ook onderzoekers die benadrukken dat bij het leren rekenen alle hersengebieden actief zijn en dat bij kinderen met dyscalculie het gehele neurale netwerk zwakkere activiteit laat zien dan bij kinderen met een normale rekenwiskundige ontwikkeling (Kucian & Von Aster, 2006).

Jolles et al. (2005) stellen daar de vraag tegenover of deze bevindingen (zwakkere activiteit van het neurale netwerk en het niet uitontwikkeld zijn van de intrapariëtale groeve) de oorzaak of juist het gevolg zijn van rekenproblemen. Zij beschrijven dat het brein netwerken ontwikkelt die het gedrag en de vaardigheden ondersteunen die een mens nodig heeft om in een veranderende omgeving te overleven. Zij vergelijken de ontwikkeling van het brein met het aanleggen van infrastructuur van wegen. De netwerken zijn aanvankelijk heel diffuus en flexibel en informatie verloopt via allerlei routes ('zandweggetjes'). Geleidelijk aan ontwikkelen zich hoofdwegen en zijwegen en worden routes steeds meer vastgelegd. De zandweggetjes verdwijnen en de hoofdroutes en zijwegen blijven over. Jolles et al. geven aan dat wanneer bepaalde hersendelen nog niet uitontwikkeld zijn, andere hersendelen de taken kunnen overnemen en zich specialiseren.

Dit proces van ontwikkelen, aanpassen en verder ontwikkelen gaat altijd door, ongeacht de leeftijd. Dit principe heeft invloed op de ontwikkeling van cognitieve vaardigheden en speelt een rol bij leren en bij leerproblemen. Dit impliceert bijvoorbeeld dat als bij jonge kinderen vertraging of verstoring optreedt in de ontwikkeling van het leren, mogelijkheden gezocht kunnen worden om deze ontwikkeling op andere wijze alsnog te stimuleren. Bijvoorbeeld door expliciete training. Ook na een hersenbeschadiging kunnen kinderen nog veel leren. Vooral als er sprake is van langzaam verstorende factoren die zich vroeg in het leven manifesteren, kan het brein veel opvangen. Ook Sitskoorn (2006) ondersteunt deze theorie over de plasticiteit van het brein.

Momenteel wordt aangenomen dat de hersenen rond het 25ste levensjaar volledig volgroeid en gerijpt zijn, maar dat ook daarna hersenen voortdurend nieuwe prikkels krijgen. Dat houdt de hersenen actief. Hersenen blijven altijd flexibel en kunnen zich tot op hoge leeftijd blijven aanpas-

sen. De gevoeligheid voor prikkeling die nu al uit deze onderzoeken blijkt, zou erop kunnen wijzen dat dit ook geldt voor het leren rekenen. Als kinderen van jongs af aan op verschillende manieren zijn uitgedaagd tot activiteit, zouden de hersenen zich optimaler kunnen ontwikkelen dan wanneer die invloed eenzijdig is. Dat heeft dan direct consequenties voor de manier waarop rekenles- sen inhoud en vorm krijgen. Eenzijdig oefenen of een voortdurende nadruk op één bepaald type leeractiviteiten laat dan mogelijkheden in de hersenen onbenut.

Neurowetenschappers veronderstellen dat bij het ervaren van ernstige rekenproblemen de wer- king van de hersenen een rol speelt. Welke rol dat is en wat daarbij oorzaak is en wat gevolg, zal later hopelijk uit verder onderzoek blijken.

De onderzoeksagenda

Terwijl hersenonderzoek voorlopig nog volop in ontwikkeling is, richt ander wetenschappelijk on- derzoek zich nu op de rol van het werkgeheugen en de zogeheten *executieve functies*. Deze functies spelen bij het rekenen een belangrijke rol. Executieve functies zijn onderdeel van het *centraal exe- cutieve systeem* dat het handelen van een individu aanstuurt. Dit systeem werd voor het eerst door Baddeley en Hitch (1974) genoemd als een model voor het werkgeheugen, de tijdelijke opslag van taakrelevante informatie. Aangenomen wordt dat dit centraal executieve systeem bestaat uit ver- schillende executieve functies (Repovs & Baddeley, 2006; “Baddeley’s model of working memory”, n.d.). De belangrijkste zijn:

- *inhibitie* (uitschakelen van afleidende of niet-relevante informatie);
- *shifting* (wisselen tussen verschillende taken);
- *updating* (opslaan en bijwerken van informatie in het werkgeheugen).

Deze functies helpen een leerling bij het plannen en uitvoeren van zijn handelingen. Inhibitie doet een beroep op het vermogen van de leerling om relevante informatie uit een opdracht te halen en afleidende informatie te negeren. Bij shifting moet de leerling eerder gebruikte informatie opslaan in het werkgeheugen en vervolgens relevante informatie uit het langetermijngeheugen oproepen (*retrieval*). Bij updating moet de leerling tijdelijk informatie geordend opslaan, die informatie in het geheugen bijwerken om die informatie vervolgens weer te kunnen gebruiken. Shifting en upda- ting zijn cruciaal bij het uitvoeren van complexe taken. Rekenproblemen kunnen ontstaan door overbelasting van het werkgeheugen. Dit kan het gevolg zijn van niet goed ontwikkelde executieve functies, bijvoorbeeld doordat leerlingen te weinig tot zelf denken zijn uitgedaagd (Kroesbergen, Van der Ven, Kolkman, Van Luit & Leseman, 2009; Van Lieshout 2006, 2010; Van Lieshout & Berends, 2009; Paternotte, 2006).

Rekendidactiek

De focus van de rekendidactiek is het ontwikkelen van werkwijzen die het leren rekenen zo opti- maal mogelijk laten verlopen. Anders gezegd: de rekendidactiek zoekt antwoord op de vraag: ‘Wat is goed rekenonderwijs?’

De aanname van rekendidactiek is dat goed rekenonderwijs het mogelijk maakt dat leerlingen op- timaal kunnen leren. Dit lukt als het onderwijsaanbod, naar inhoud en vorm, zorgvuldig wordt afgestemd op de ontwikkeling en de onderwijsbehoeften van de leerlingen. Waar dat gebeurt zul- len zich geen of slechts geringe problemen bij het leren rekenen voordoen.

Het ligt voor de hand dat rekendidactiek is gebaseerd op enerzijds leertheorieën en anderzijds op de kenmerken van de leerstofinhoud. Die combinatie moet kloppen. Daarbij speelt ook de visie op

wat de opbrengst van ‘goed rekenonderwijs’ moet zijn, een rol. In het volgende deel van deze bijlage gaan we hierop verder in.

3 Uitgangspunten voor goed rekenonderwijs

De huidige rekendidactiek is gebaseerd op vijf fundamentele leerprincipes. Deze zijn oorspronkelijk beschreven door Treffers en De Moor (1990) als de basis van de reconstructiedidactiek. Zoals de naam al doet vermoeden, sluit deze didactiek nauw aan bij de handelingstheorie en het sociaal-constructivisme. Deze uitgangspunten liggen ook ten grondslag aan de in de protocollen ERWD beschreven aanpak voor preventie en begeleiding van ernstige rekenproblemen.

Deze uitgangspunten zijn:

- a. leerlingen leren rekenen vanuit en gericht op betekenisvolle situaties;
- b. leerlingen ontwikkelen zich van informele aanpakken naar formele aanpakken;
- c. leerlingen ontwikkelen zelf actief oplossingsprocedures;
- d. leerlingen leren rekenen door interactie en reflectie;
- e. leerlingen maken bij leren rekenen gebruik van de verstrengeling van leerstoflijnen.

Wij lichten deze uitgangspunten hierna toe.

a. Leerlingen leren rekenen vanuit en gericht op betekenisvolle situaties

Het ultieme doel van leren rekenen is dat leerlingen rekenen kunnen gebruiken in uiteenlopende situaties in het dagelijks leven. In zulke situaties is rekenen en zijn getallen altijd betekenisvol. Daarom is het belangrijk dat rekenen op school ook betekenisvol is. Leren rekenen in authentieke situaties (zelf doen) of door middel van contexten die verwijzen naar zulke echte situaties, is daarvoor noodzakelijk. Leerlingen kunnen bij concrete rekenactiviteiten ervaren wat er gebeurt en welke consequenties hun handelen kan hebben. Hierdoor zijn zij betrokken en krijgt het rekenen voor hen betekenis. De leerlingen gaan begrijpen wat ze doen en waarom rekenen ook voor hen belangrijk is. Op basis hiervan kunnen zij goede rekenconcepten ontwikkelen, die zij begrijpen en doorzien. De theorie van Leseman (2004) over embodied cognition ondersteunt dit uitgangspunt. In rekenmethodes wordt vaak gebruik gemaakt van contexten. Niet alles wat als context wordt gepresenteerd sluit aan bij de ervaringen en de belevingswereld van de leerlingen. Als die aansluiting ontbreekt zijn het voor hen geen voorstelbare situaties. Alleen met herkenbare situaties kunnen zij toepasbare en bruikbare kennis en vaardigheden ontwikkelen.

In het referentiekader voor rekenen is ‘functioneel gebruik’ als concrete doelstelling beschreven.

b. Leerlingen ontwikkelen zich van informeel handelen naar formeel handelen

Het proces van leren rekenen verloopt steeds van informeel naar formeel handelen. Vanuit het informele, concrete handelen in werkelijkheidssituaties (zie uitgangspunt a) en het verwoorden van de handeling, komt de leerling via voorstelbare situaties (contexten) en schematiseren (denkmodellen) tot formele kennis en bewerkingen (Gravemeijer, 1994). Dit proces verloopt geleidelijk en is de basis voor goede conceptontwikkeling. Dit uitgangspunt sluit aan bij de handelingstheorie en de elementen daarvan zijn terug te vinden in het Handelingsmodel.

c. Leerlingen ontwikkelen zelf actief oplossingsprocedures

Leerlingen ontwikkelen in werkelijkheidssituaties hun eigen, informele oplossingsprocedures (zie uitgangspunt b) door zelf actief, productief en construerend te handelen. In het rekenonderwijs worden die informele procedures gekoppeld aan visuele beelden en modellen. Hierdoor leren ze

werken met denkmodellen (schematiseren). Deze zijn op hun beurt weer de basis voor formele bewerkingen.

De leerlingen leren hoofdrekenen en maken berekeningen op papier. Zij leren daarbij gebruik te maken van eigenschappen van getallen en bewerkingen en van relaties tussen getallen en bewerkingen. Daarnaast leren zij standaardprocedures voor de basisbewerkingen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen).

Door uit te gaan van concrete problemen ontwikkelen leerlingen inzicht in de oplossingsprocedures en zijn deze voor hen betekenisvol. Daardoor kunnen zij indien nodig terugvallen op een concreter niveau binnen het Handelingsmodel.

Deze aanpak staat haaks op het leren van trucjes die alleen zijn gericht op het vinden van een antwoord. Probleemoplossend rekenen waarbij de leerlingen aanvankelijk zelf hun informele oplossingsprocedures bepalen, is de basis voor functioneel rekenen in het dagelijks leven. Dit uitgangspunt sluit aan bij het sociaal-constructivisme.

d. Leerlingen leren rekenen door interactie en reflectie

Interactie in de rekenles gebeurt zowel tussen leraar en leerlingen als tussen leerlingen onderling. Daarvoor is het noodzakelijk dat een leerling mentale beelden en mogelijke oplossingsaanpakken kan verwoorden. Dit maakt interactie een belangrijk instrument bij het leren rekenen. Interactie stimuleert tot het verhelderen van denkprocessen van de leerlingen en dat bevordert het leren. De leraar stuurt dit proces aan door gerichte, open en uitdagende vragen te stellen. Leerlingen bespreken met elkaar rekenkundige problemen en vergelijken oplossingsprocedures. Door deze interactie leren de leerlingen steeds beter hun gedachten en ideeën te verwoorden, te ordenen en te vergelijken met die van anderen. Daarmee leren zij rekenkundig te communiceren, de juiste termen te gebruiken en logische verbanden en conclusies te benoemen. Door het gebruiken en ontwikkelen van rekentaal krijgen zij meer (en beter) inzicht en vergroten zij hun kennis en vaardigheden.

Met name bij de instructie en bij de reflectie speelt de leraar een cruciale rol. Hij is daarin heel stimulerend voor het leren rekenen, mits hij dat op een sturende of banende manier doet. Bij het uitvoeren en oplossen van rekenopdrachten kunnen de leerlingen ook gericht samenwerken. In dat geval heeft de leraar een meer adviserende, stimulerende en ondersteunende rol. Ook dan is het weer van belang welk soort vragen hij stelt.

e. Leerlingen maken bij leren rekenen gebruik van de verstrengeling van leerstoflijnen

De vier basisbewerkingen – optellen, vermenigvuldigen, aftrekken en delen – zijn met elkaar verweven. Om ze goed te begrijpen en om er vlot mee te rekenen, kunnen ze niet onafhankelijk van elkaar worden geleerd. Deze vier bewerkingen vormen de essentiële basis van het rekenen in de andere domeinen. Daarnaast is er binnen het domein verhoudingen sprake van verstrengeling bij breuken, decimale getallen en procenten. Doordat verhoudingen en decimale getallen een essentiële rol spelen in het metriek stelsel is er ook een nauw verband met het domein meten.

Door leerlingen voortdurend de samenhang tussen verschillende rekenactiviteiten te laten ontdekken en benoemen, ontwikkelen leerlingen goede rekenkundige concepten en wordt het leren van fragmentarische kennis en vaardigheden voorkomen.

De leerlingen kunnen verschillende oplossingsprocedures hanteren om tot een (juiste) oplossing te komen: meer of minder verkort, op informeel of meer formeel niveau. Door de leerlingen te laten expliciteren en reflecteren kan de leraar ontdekken welke procedure leerlingen gebruiken en op welk niveau. Dat maakt de interpretatie mogelijk of deze aanpak past bij de ontwikkelingsfase

waarin een leerling zich bevindt. Hierbij kijkt de leraar minder naar het antwoord, maar juist naar de gebruikte oplossingsprocedure. Op basis daarvan kan hij instructie en begeleiding beter afstemmen op de ontwikkeling van individuele leerlingen.

Door op deze manier te werken met leerlingen ontwikkelen leraren veel kennis over hoe hun leerlingen leren rekenen en over manieren om daarin nog meer rendement te behalen.

Ondanks alle vakdidactische en wetenschappelijke kennis is er nog te weinig bekend over wat de meest effectieve aanpak is bij specifieke rekenproblemen. De verschillen tussen leerlingen en de grote diversiteit aan omstandigheden waaronder zij leren rekenen maken het moeilijk kennis over individuele leerlingen te generaliseren naar een hele groep. Wel is bekend dat zwakke rekenaars baat hebben bij concrete doelen, sturende begeleiding (in de betekenis zoals in paragraaf 15.5 is beschreven) en bij het geleidelijk aan systematisch opbouwen van eenduidige oplossingsprocedures (Hickendorff, 2011). Hierbij blijft het belangrijk dat ook deze leerlingen leren om rekenkundige problemen op meerdere manieren op te lossen, aansluitend bij hun voorkennis. Ook anderen (bijvoorbeeld Gelderblom, 2008; Janson, 2006) wijzen erop dat zwakke rekenaars gebaat zijn bij duidelijke, maar haalbare doelen, heldere instructie en passende oefenvormen en dat ze zelf daarover de regie kunnen voeren.

4 Afbakening dyscalculie

Afhankelijk van hun achtergrond leggen de deskundigen de oorzaak van dyscalculie meer bij leerlingkenmerken of meer bij omgevingskenmerken. De meningen zijn nog verdeeld over wat dyscalculie is en over wat de oorzaak van dyscalculie is. Geen verschil van mening is er over het feit dat er leerlingen zijn die ernstige rekenproblemen ervaren. In de protocollen ERWD gaan wij ervan uit dat ernstige rekenproblemen en dyscalculie alleen van elkaar te onderscheiden zijn door de hardnekkigheid van die problemen. In de onderwijspraktijk verschillen de problemen van leerlingen met dyscalculie nauwelijks van die van leerlingen met 'gewone' ernstige rekenproblemen. De verschijnselen zijn in beide gevallen grotendeels hetzelfde.

De theorieën over de werking van het brein en over de oorzaak van dyscalculie zijn nog volop in ontwikkeling. In de praktijk blijkt dat leerlingen met of zonder dyscalculieverklaring na een psychodiagnostisch onderzoek gewoon weer verder deelnemen aan het onderwijs. Vanuit deze overwegingen komen wij tot een vrij pragmatisch standpunt. Wij stellen dat deze leerlingen in alle gevallen gespecialiseerde begeleiding nodig hebben, afgestemd op hun specifieke onderwijsbehoeften. Wij vatten dan ook ernstige rekenproblemen en dyscalculie beide in essentie op als een afstemmingsprobleem. Hoe groter en ernstiger de problematiek, hoe zorgvuldiger en specifieker de begeleiding moet worden afgestemd.

Naarmate leerlingen verder komen in het onderwijs wordt het moeilijk te onderscheiden wat oorzaak en wat gevolg is van de (ernstige en hardnekkige) rekenproblemen. Zijn het de leerlingkenmerken of de onderwijsfactoren? Dat maakt het op latere leeftijd (na het tweede leerjaar vo) steeds moeilijker om de diagnose 'dyscalculie' te kunnen stellen. Daarom adviseren wij dringend om in de bovenbouw van het vo (vanaf leerjaar 3) en in het mbo geen dyscalculieverklaringen meer af te geven. Dit laat onverlet dat dyscalculie wel degelijk een belemmering kan zijn bij het uitoefenen van bepaalde beroepen. Beroepsopleidingen zullen zich moeten afvragen in hoeverre iemand met zulke ernstige rekenproblemen kan worden opgeleid voor het betreffende beroep en of de inzet van een rekenmachine dat probleem voldoende kan compenseren.

Toch kunnen leerlingen met een diagnose 'dyscalculie' in de hogere niveaus van het onderwijs, met veel inspanning en met specifieke begeleiding, nog wel (geringe) successen boeken. Of zij de referentieniveaus 2F en 3F kunnen halen is mede afhankelijk van de capaciteiten van de leerling en van de inzet van alle betrokkenen bij het bereiken van de op zijn onderwijsbehoeften passende afstemming.

Literatuur

- American Psychiatric Association. (2000). *Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders: DSM-IV-TR*. Ontleend op 10 juni, 2012, aan http://books.google.nl/books?id=w_HajjMnjxwC&pg=PA54&dq=%22Diagnostic+criteria+for+315.1%22&hl=nl&ei=j5l3TfeWOYbIswbD5_HBA&sa=X&oi=book_relt&ct=result&resnum=3&ved=0CDoQ6AEwAg#v=onepage&q=%22Diagnostic%20criteria%20for%20315.1%22&f=false
- Baddeley, A.D., & Hitch, G. (1974). Working memory. In G.H. Bower (Ed.), *The psychology of learning and motivation: Advances in research and theory* (vol. 8, pp. 47-89). New York: Academic Press.
- Baddeley's model of working memory. (n.d.). In *Wikipedia*. Ontleend op 10 juli 2012 aan http://en.wikipedia.org/wiki/Baddeley%27s_model_of_working_memory
- Binkley, M., Erstad, O., Herman, J., Raizen, S., Ripley, M., & Rumble, M. (2010). *Defining 21st century skills*. University of Melbourne.
- Boekaerts, M., & Simons, P.R. (1995). *Leren en instructie: Psychologie van de leerling en het leerproces*. Assen: Koninklijke Van Gorcum.
- Boswinkel, N., & Schram, E. (2011). *De toekomst telt*. Enschede: SLO.
- Butterworth, B. (1999). *What counts: How every brain is hardwired for math*. New York, NY: Free Press.
- Cobb, P. (1994). Where is the mind? Constructivist and sociocultural perspectives on mathematical development. *Educational Researcher*, 23(7), 13-20.
- Cobb, P., Yackel, E., & Wood, T. (1992). Interaction and learning in mathematics classroom situations. *Educational Studies in Mathematics*, 23(1), 99-122.
- Council of Europe. (2001). *Common European framework of reference for languages: Learning, teaching, assessment* (in vertaling). Den Haag: Nederlandse Taalunie.
- De Vries, J. (1998). Emoties bij rekenen. *Tijdschrift voor Remedial Teaching*.
- Deci, E.L., & Ryan, R.M. (1985). *Intrinsic motivation and self-determination in human behavior*. New York: Plenum Press.
- Dehaene, S. (1997). *The number sense: How the mind creates mathematics*. Oxford University Press.
- Dolk, M. (2005). Aandacht voor 'big ideas' in de wiskunde: kinderen discussiëren over hun wiskundige ontdekkingen. *Volgens Bartjens...*, 25(2), 4-7.
- Dolk, M., & Van Groenestijn, M. (Eds.). (2006). *Dyscalculie in discussie*. Assen: Van Gorcum.
- Europese Commissie. (2010). *Een agenda voor nieuwe vaardigheden en banen: Een Europese bijdrage aan volledige werkgelegenheid*. Straatsburg, Frankrijk: Europese Commissie. Ontleend aan <http://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=COM:2010:0682:FIN:NL:PDF>

- Europese Unie. (2010). Gezamenlijk voortgangverslag 2010 van de Raad en de Commissie over de uitvoering van het werkprogramma "Onderwijs en opleiding 2010". *Publicatieblad Europese Unie* (16/5/2010). <http://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=OJ:C:2010:117:0001:0007:NL:PDF>
- Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen. (2008). *Over de drempels met taal en rekenen: Hoofdrapport van de Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen*. Enschede: SLO.
- Fosnot, C., & Dolk, M. (2002). Het leerlandschap. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 21(2), 29-37.
- Goswami, U. (2007). *Cognitive development: The learning brain*. Hove, Engeland: Psychology Press, Taylor & Francis Group.
- Gravemeijer, K.P.E. (1994). *Developing Realistic Mathematics Education* (Proefschrift, Universiteit Utrecht). Utrecht: CD-â Press.
- Gravemeijer, K.P.E. (1995). Het belang van social norms en socio-math norms voor realistisch reken-wiskundeonderwijs. *Panama-Post. Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 14(2), 17-23.
- Gravemeijer, K.P.E. (1995). Het ontwikkelen van 'constructivistisch' reken-wiskundeonderwijs. *Pedagogisch Tijdschrift*, 20(4), 277-292.
- Gravemeijer, K.P.E. (2005). Revisiting 'Mathematics education revisited'. In H. ter Heege, T. Goris, R. Keijzer & L. Wesker (Eds.), *Freudenthal 100: Special honderdste geboortedag Hans Freudenthal* (pp. 106-113). Universiteit Utrecht, Freudenthal Instituut.
- Habraken, J.H.M. (2012). *Bronvermelding volgens de richtlijnen van de APA: Handleiding*. Universiteit van Tilburg. Ontleend op 10 juli, 2012, aan drcwww.uvt.nl/its/voorlichting/handleidingen/bibliotheek/apa.pdf
- Hickendorff, M. (2011). *Explanatory latent variable modeling of mathematical ability in primary school: Crossing the border between psychometrics and psychology* (Proefschrift, Universiteit Leiden). Leiden: Department Psychology, Faculty of Social and Behavioural Sciences.
- Janson, D.J. (2006). Van wie is het handelingsplan? *Volgens Bartjens...*, 26(3), 31-34.
- Jolles, J., De Groot, R., Van Benthem, J., Dekkers, H., De Glopper, C., Uijlings, H., & Wolff-Albers, A. (2005). *Leer het brein kennen: Over een 'New Learning Science' op het kruispunt van neurowetenschap, cognitiewetenschap en onderwijswetenschap: resultaat van een invitational conference georganiseerd door NWO op 5 februari 2004*. Den Haag: SWO.
- Kroesbergen, E.H., Van der Ven, S.H.G., Kolkman, M.E., Van Luit, J.E.H., & Leseman P.P.M. (2009). Executieve functies en de ontwikkeling van (voorbereidende) rekenvaardigheid. *Pedagogische Studiën*, 86(5), 334-349.
- Kucian, K., & Von Aster, M. (2006). Dem Gehirn beim Rechnen zuschauen: Ergebnisse der funktionellen Bildgebung. In M. von Aster & J.H. Lorenz (Eds.), *Rechenstörungen bei Kindern: Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik*, 54-72. Göttingen, Duitsland: Vandenhoeck & Ruprecht.
- Leseman, P. (2004). *Verdwalen langs gebaande paden* (Oratie). Universiteit Utrecht.
- Nederlands Instituut voor Budgetvoorlichting (Nibud). (2011). *Mbo'ers in geldzaken: Een onderzoek naar het financieel gedrag van mbo-studenten*. Den Haag: Nibud.
- Nelissen, J., Boswinkel, N., & De Goeij, E. (2007). Realistisch rekenwiskunde-onderwijs in het sbo (1): Theorie, vragen en perspectieven. *Tijdschrift voor Orthopedagogiek*, 46 (7/8), 321-331.
- Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD). (1999). *Measuring student knowledge and skills: A new framework for assessment*. Parijs: OECD Publications.
- OECD. (2001). *Knowledge and skills for life: First results from the OECD Programme for International Student Assessment (PISA) 2000*. Parijs: OECD Publications.

- OECD. (2007). *Science competencies for tomorrow's world: Volume 1: Analysis: Programme for International Student Assessment (PISA) 2006*. Parijs: OECD Publishing.
- OECD. (2008). *OECD: Annual Report 2008*. Parijs: OECD Publications. Ontleend aan www.oecd.org/dataoecd/39/19/40556222.pdf
- OECD. (2010). *Education at a glance 2010: OECD indicators*. Parijs: OECD Publications. Ontleend aan www.oecd.org/document/52/0,3746,en_2649_39263238_45897844_1_1_1_1,00.html
- Pameijer, N., & Van Beukering, T. (2004). *Handelingsgerichte diagnostiek: Een praktijkmodel voor diagnostiek en advisering bij onderwijsleerproblemen*. Leuven, België: Acco.
- Paternotte, A. (2006). Echt passend onderwijs: Met nieuwe kennis en inzichten uit de hersenwetenschap (interview met hoogleraar Jelle Jolles). *Balans Magazine*, september 2006, 12-17.
- PIAAC Numeracy Expert Group (2009). *PIAAC Numeracy: A conceptual framework*. Parijs: OECD Publishing. Ontleend aan www.oecd-ilibrary.org/education/piaac-numeracy-a-conceptual-framework_220337421165
- Repovs, G., & Baddeley, A. (2006). The multi-component model of working memory: Explorations in experimental cognitive psychology. *Neuroscience*, 139, 5-21. Ontleend aan <http://dionysus.psych.wisc.edu/lit/articles/RepovsG2006a.pdf>
- Ruijsenaars, A.J.J.M., Van Luit, J.E.H., & Van Lieshout, E.C.D.M. (2004). *Rekenproblemen en Dyscalculie: Theorie, onderzoek, diagnostiek en behandeling*. Rotterdam: Lemniscaat.
- Sitskoorn, M. (2006). *Het maakbare brein: Gebruik je hersens en word wie je wilt zijn*. Amsterdam: Bert Bakker.
- SLO. (2012). *De rol van de rekenmachine in po, s(b)o en vo: Notitie ter advisering ministerie OCW*. Enschede: SLO. Ontleend aan www.rijksoverheid.nl/documenten-en-publicaties/rapporten/2012/04/05/de-rol-van-de-rekenmachine-in-po-s-b-o-en-vo.html
- Steunpunt Taal & Rekenen mbo. (n.d.). *Drieslag Functioneel Rekenen*. Ede: Auteur. Ontleend aan <http://www.steunpunttaalenrekenenmbo.nl/steunpuntmbo/p000330/onderwijs/professionalisering/drieslag-rekenen>
- Treffers, A. (1991). Didactical background of a mathematics program for primary education. In L. Streefland (Ed.), *Realistic mathematics education in primary school: On the occasion of the opening of the Freudenthal Institute* (pp. 21-57). Utrecht: CD-β Press.
- Treffers, A. (2005). De (on)navolgbare Freudenthal. In H. ter Heege, T. Goris, R. Keijzer & L. Wesker (Eds.), *Freudenthal 100: Special honderdste geboortedag Hans Freudenthal* (pp. 135-144). Universiteit Utrecht, Freudenthal Instituut.
- Treffers, A., & De Moor, E. (1990). *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool: Deel 2: Basisvaardigheden en cijferen*. Tilburg: Zwijssen.
- Tudge, J.R.H., & Doucet, F. (2004). Early mathematical experiences: Observing young black and white children's everyday activities. *Early Childhood Research Quarterly*, 19, 21-39.
- Van Eerde, H.A.A. (1996). *Kwantiwijzer, diagnostiek in reken-wiskundeonderwijs*. Tilburg: Zwijssen.
- Van Geert, P. (2008). Dynamische systeemtheorie van ontwikkeling. In E.J. Knorth, H. Nakken, C.E. Oenema-Mostert, A.J.J.M. Ruijsenaars & J. Strijker (Eds.), *De ontwikkeling van kinderen met problemen: gewoon anders* (pp. 28-45). Antwerpen-Apeldoorn: Garant.
- Van Groenestijn, M. (2002). *A gateway to numeracy: A study of numeracy in adult basic education* (Proefschrift, Universiteit Utrecht). Utrecht: CD-β Press.
- Van Groenestijn, M. (2009). Op de barricaden! *Reken-wiskundeonderwijs: Onderzoek, Ontwikkeling, Praktijk*, 27(3/4), 62-68.
- Van Groenestijn, M. (2009). Van informeel handelen naar formeel rekenen. *Volgens Bartjens...*, 29(1), 22-26.
- Van Groenestijn, M. (2010). *Op weg naar gecijferdheid* (Openbare les). Hogeschool Utrecht, Lectoraat Gecijferdheid.

- Van Groenestijn, M., Borghouts, C., & Janssen, C. (2011). *Protocol Ernstige RekenWiskunde-problemen en Dyscalculie: BAO, SBO, SO*. Assen: Koninklijke Van Gorcum.
- Van Groenestijn, M., Van Dijken, G., & Janson, D. (2012). *Protocol Ernstige RekenWiskunde-problemen en Dyscalculie: VO en VSO*. Assen: Koninklijke Van Gorcum.
- Van Groenestijn, M., & Vedder, J. (Eds.). (2008). *Dyscalculie in discussie, deel 2*. Assen: Van Gorcum.
- Van Lieshout, E.C.D.M. (2006). Rekenstoornissen en dyscalculie: enkele non-specifieke cognitieve verklaringen. In M. Dolk & M. van Groenestijn (Eds.), *Dyscalculie in discussie* (pp. 6-15). Assen: Van Gorcum.
- Van Lieshout, E.C.D.M. (2010). *Enkele lijnen in het onderzoek van basale rekenvaardigheden* (Afscheidsrede). Vrije Universiteit Amsterdam.
- Van Lieshout, E.C.D.M., & Berends, I.E. (2009). Het effect van illustraties bij rekenopgaven: Hulp of hinder? *Pedagogische Studiën*, 86(5), 350-369.
- Van Luit, J.E.H. (2006). Dyscalculie: achtergronden, betekenis en handelingsconsequenties. In M. Dolk & M. van Groenestijn: *Dyscalculie in discussie* (pp. 22-33). Assen: Van Gorcum.
- Van Luit, J.E.H. (2010). *Dyscalculie, een stoornis die telt* (Oratie, Universiteit Utrecht). Doetinchem: Graviant Educatieve Uitgaven.
- Van Luit, J.E.H., Bloemert, J., Ganzinga E.G., & Mönch, M.E. (2012). *Protocol Dyscalculie: Diagnostiek voor Gedragdeskundigen (protocol DDG)*. Doetinchem: Graviant Educatieve Uitgaven.
- Van Loosbroek, E. (2006). De biologische basis van ontwikkelingsdyscalculie. In M. Dolk & M. van Groenestijn: *Dyscalculie in discussie* (pp. 16-21). Assen: Van Gorcum.
- Van Oers, B. (1987). *Activiteit en begrip: Proeve van een handelings-psychologische didactiek*. Amsterdam: VU Uitgeverij.
- Van Parreren, C.F., & Nelissen, J.M.C. (1977). *Rekenen*. Groningen: Wolters Noordhoff.
- Von Aster, M. (2005). Wie kommen Zahlen in den Kopf? Ein modell der normalen und abweichenden Entwicklung zahlenverarbeitender Hirnfunktionen. In M. von Aster & J.H. Lorenz (Eds.), *Rechenstörungen bei Kindern: Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik* (pp. 13-33). Göttingen, Duitsland: Vandenhoeck & Ruprecht.
- Von Glasersfeld, E. (1996). Introduction: Aspects of constructivism. In C. Fosnot (Ed.), *Constructivism: Theory, perspectives, and practice* (pp. 3-7). New York: Teachers College Press.

De andere Protocolen Ernstige RekenWiskunde-problemen en Dyscalculie:

Protocol Ernstige RekenWiskunde-problemen en Dyscalculie VO

Mieke van Groenestijn, Gerjan van Dijken, Dolf Janson

2012, ISBN 978 90 232 4972 6

Het ministerie van OCW heeft in 2010 NVORWO de opdracht verstrekt het Protocol voor het voortgezet onderwijs en het voortgezet speciaal onderwijs te ontwikkelen (*Protocol ERWD2*). Dit protocol is van groot belang nu centrale rekentoetsen 2F en 3F in het vo ingevoerd gaan worden. Rekenen staat duidelijk op de kaart. Het onderwijs zal alle zeilen moeten bijzetten om ook de rekenzwakke leerling en de leerling met ernstige rekenproblemen tot het gewenste referentieniveau te brengen.



Protocol Ernstige RekenWiskunde-problemen en Dyscalculie BAO SBO SO

Mieke van Groenestijn, Ceciel Borghouts, Christien Janssen

2011, ISBN 978 90 232 4763 0

Het landelijk protocol voor leerlingen van 4 tot 12 jaar met (Ernstige) RekenWiskunde-problemen en Dyscalculie (*Protocol ERWD1*) richt zich op het basisonderwijs, het speciaal basisonderwijs en het speciaal onderwijs. Het doel van rekenwiskunde-onderwijs is functionele gecijferdheid, afgestemd op de mogelijkheden van iedere individuele leerling. Hierbij gaat het om adequaat handelen in functionele, dagelijkse situaties. Het protocol geeft aanwijzingen om dit doel langs een aantal stappen te bereiken, met name wanneer de rekenwiskundige ontwikkeling van een leerling niet optimaal verloopt.



Meer informatie:

www.volgens-bartjens.nl/erwd

